

♣ ♦ 素数大富豪 ♥ ♠

PRIME DAIFUGO





関 真一郎 (Shin-ichiro Seki)

2014年9月19日*

1 はじめに

日本で広く普及しているトランプゲームである大富豪をもとに考案された素数大富豪のルールを解説する。このゲームは大富豪と同じく、各プレイヤーが手持ちのカード(手札)を順番に場に出して早く手札を無くすことを競うゲームであるが、大富豪にいくつかのルールを単に追加した類のものではなく、大富豪とは異なる多くのゲーム性を有している。素数大富豪はこの解説記事の執筆者が2014年5月23日にCafe+Bar Ludzieで考案したものであり、その後、実戦を重ねてルールを洗練させたものである。¹最も大きなルール変化は当初「素数しか出せない大富豪」であったことに対し、「素因数分解を用いて合成数も出せる」ようにしたことである。また、素数大富豪ではあまり意味がないと思われる「革命」を排除し、「8切り」の代わりとなる「グロタンディーク素数切り」と呼ばれるルールを追加した。²

2 基本ルール

通常のトランプ1組を用いる(52枚+ジョーカー2枚)。³この解説記事ではトランプを , , ,  のように表示する(それぞれ、ハートの3、クラブのジャック、スペードのクイーン、ジョーカーを表す)。プレイヤー人数は n 人 ($2 \leq n \ll 54$) とし、その他に素数判定員1人と素数判定を行う手段(素数表やスマートフォンで利用可能な素数判定アプリなど)が必要である。⁴

*2015年3月14日一部改訂

¹特に第22回整数論サマースクールにおける講義後に宿舎で行った実戦は非常に参考になった。

²その他、細かいルール変更もある。「合成数出し」と「グロタンカット」によって2と5の価値が著しく上昇した。

³「素数トランプ」と呼ばれる製品が存在するが、素数大富豪は通常のトランプを用いるゲームである。

⁴素数判定アプリなどを用いれば、素数判定員はプレイヤーのうちの1人が担当することも可能である。

2.1 ゲームの流れ

ゲームの流れは基本的には通常の大富豪と同じであるが、山札の存在および素数判定員による判定とペナルティがある点が異なる点である。

1. トランプをよくシャッフルし、山札を適当な枚数で作る。その後、カードをプレイヤー全員に均等に配る。例) プレイヤーが4人である場合: 山札を14枚、プレイヤー1人あたりの手札の枚数を10枚としてゲームを行うことができる。
- 2.じゃんけん等の方法を利用して、プレイヤーのカードを出す手番の順序を決める。
3. 最初の手番のプレイヤーがカードを場に出し、続いて次の手番のプレイヤーがカードを出して重ねていく。ただし、カードの出し方については§2.2のルールに従うものとする。カードを出す際に伴う計算は暗算で行わなければならない、カンニング行為を行ってはならない。従って、プレイヤーおよび素数判定員はいわゆる素数Tシャツを着てはならない。
4. カードは場にあるカードより強いカードしか出すことができない(強さについては§2.2を参照)。また、場に2枚組み合わせられてカードが出されている場合は、それより強いカードを2枚組でしか出すことができない。3枚組で場にカードが出ている場合は、それより強い3枚組でしかカードを出すことができない。同様に、 m 枚組で場にカードが出ている場合は、それより強い m 枚組でしかカードを出すことができない。
5. 出せるカードがない場合や、戦略上カードを出したくない場合は「パス」と宣言することにより、手番を次のプレイヤーに回すことができる。
6. 他のプレイヤー全員がパスし、再び場にあるカードを出したプレイヤーの手番となった場合、場にあるカードは流され、そのプレイヤーの手番からゲームを再開する。このとき、§2.2のルールに従った上で、自由にカードを場に出すことが出来る。流されたカードは山札の下に随時追加する。
7. プレイヤーは自分の手番に(山札がある場合は)山札からカードを1枚引いて手札に加えることが出来る。このとき、カードを引くプレイヤーは他のプレイヤーにその旨を宣言する必要がある。更に、山札からカードを引いた後にカードを場に出してもよい。ただし、パスを宣言した後や、カードを場に出した後に山札からカードを引くことはできない。§2.3を見よ。
8. プレイヤーがカードを場に出す度、素数判定員はプレイヤーが反則を行っていないかチェックする。反則の場合にはペナルティを与え、次のプレイヤーに手番を回す。§2.4を見よ。
9. 以上を繰り返し、一番早く手札が無くなったプレイヤーが大富豪となる。以降、あがった順に富豪、平民、…、大貧民とプレイヤーに階級がつく。階級の付け方はプレイヤー人数に応じて通常の大富豪と同様に決める([?])。プレイヤーがあがる際に場に出したカードは流し、次のプレイヤーの手番からゲームを再開する。

2.2 カードの強さと出し方

カードの出し方が通常の大富豪とは大きく異なっており、素数大富豪の最もオリジナルな点となっている。基本ルールにおいてはスート(♣, ♠, ♥, ♦)に関するルールはないので、解説で使用するカードのスートは適当に選択している(つまり、どのスートであっても同様のことが言える。通常の大富豪のように「スートしばり」などの追加ルールを設けて遊ぶこともできる)。

カードの強さは数字が大きいもの程強いものとする。ただし、 \boxed{A}_{\heartsuit} (エース), \boxed{J}_{\heartsuit} (ジャック), \boxed{Q}_{\heartsuit} (クイーン), \boxed{K}_{\heartsuit} (キング)の大きさはそれぞれ, 1, 11, 12, 13 とする。つまり、通常の大富豪では何故か \boxed{K}_{\heartsuit} よりも \boxed{A}_{\heartsuit} , $\boxed{2}_{\heartsuit}$ の方が強いが、素数大富豪では、 $\boxed{2}_{\heartsuit}$ が最弱である。 \boxed{A}_{\heartsuit} は素数ではないので、以下で述べるように単独では出せない)。

次にカードの出し方について説明する。素数大富豪では素数は無条件で出すことができる。例えば、次のようなゲーム進行が考えられる(a, b, c, dはプレイヤーの名前で手番は $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$ の順に進むものとする)。

a: $\boxed{3}_{\clubsuit}$ → b: $\boxed{7}_{\heartsuit}$ → c: \boxed{J}_{\clubsuit} → d: \boxed{K}_{\heartsuit} → d以外全員パス → 流れ → dの手番

無条件とは言っても強さのルールは守らなければならないので、次のような出し方は出来ない。

××× a: $\boxed{7}_{\heartsuit}$ → b: $\boxed{5}_{\clubsuit}$

また、素数でないものは(無条件では)出せないので次のような出し方も駄目である(下の例では8が素数でない)。ただし、上の例と違ってこのような出し方が出来ないのではなく、この場合はプレイヤーbが反則となる。反則とペナルティについては§2.4で解説する。

a: $\boxed{3}_{\clubsuit}$ → b: $\boxed{8}_{\heartsuit}$ → bが反則、ペナルティを受ける → c: $\boxed{7}_{\clubsuit}$

ジョーカーは最強のカードとして扱われる(1枚出しのときのみ)。

a: \boxed{K}_{\clubsuit} → b: \boxed{J}_{\star} → 流れ → bの手番

このままでは、 \boxed{A}_{\heartsuit} , $\boxed{4}_{\heartsuit}$, $\boxed{6}_{\heartsuit}$, $\boxed{8}_{\heartsuit}$, $\boxed{9}_{\heartsuit}$, $\boxed{10}_{\heartsuit}$, \boxed{Q}_{\heartsuit} を出すことが出来ないが、これから解説するように素数大富豪ではカードを組み合わせる場に出すことが出来るので、これらのカードも利用することが出来る。カードを組み合わせる場合はそれらのカードに書かれている数字を10進法で左から読んで得られる数字として扱う。例えば、 $\boxed{4}_{\heartsuit}$ と \boxed{A}_{\heartsuit} を組み合わせ、 $\boxed{4}_{\heartsuit}\boxed{A}_{\heartsuit}$ を「41」として扱うことが出来る。組み合わせるカードを出す場合にもこれまでのルールと同様に、数字が大きいカード程強く、素数のみ無条件で出すことができる。例えば、次のような進行が考えられる。

a: $\boxed{A}_{\heartsuit}\boxed{9}_{\heartsuit}$ → b: $\boxed{6}_{\heartsuit}\boxed{7}_{\heartsuit}$ → c: $\boxed{8}_{\heartsuit}\boxed{9}_{\heartsuit}$ → d: $\boxed{10}_{\heartsuit}\boxed{3}_{\heartsuit}$

上の例では $19 \rightarrow 67 \rightarrow 89 \rightarrow 103$ と進行している(19, 67, 89, 103は全て素数である)。3枚以上であっても同様にカードを組み合わせる出すことが出来る。以下に3枚出しの場合の進行と5枚出しの場合の進行の一例をあげる。

3枚出しの進行の例 a: $\boxed{A}_{\heartsuit}\boxed{2}_{\heartsuit}\boxed{7}_{\heartsuit}$ → b: $\boxed{6}_{\heartsuit}\boxed{9}_{\heartsuit}\boxed{A}_{\heartsuit}$ → c: $\boxed{10}_{\heartsuit}\boxed{4}_{\heartsuit}\boxed{9}_{\heartsuit}$

$$5 \text{ 枚出しの進行の例 } a: \left(\begin{array}{c} 6 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 2 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 8 \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 7 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 3 \\ \clubsuit \end{array} \right) \longrightarrow b: \left(\begin{array}{c} 2 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 4 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 6 \\ \heartsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 8 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} J \\ \spadesuit \end{array} \right)$$

3 枚出しの例では 127→691→1049, 5 枚出しの例では 62873→246811 と進行している (これらは全て素数である).

§2.1(4) で述べたように, 場に出ているカードの組み合わせ枚数と異なる枚数でカードを出すことは出来ない. 例えば, 次のような進行はあり得ない.

$$\times \times \times \quad a: \left(\begin{array}{c} J \\ \clubsuit \end{array} \right) \longrightarrow b: \left(\begin{array}{c} A \\ \heartsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 3 \\ \diamondsuit \end{array} \right), \quad a: \left(\begin{array}{c} J \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 5 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 3 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \longrightarrow b: \left(\begin{array}{c} A \\ \diamondsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 5 \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 2 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 3 \\ \clubsuit \end{array} \right)$$

これまでの例から分かるように, カードの組み合わせの枚数とそれが表現する数字の桁数は必ずしも一致しない. $\left(\begin{array}{c} Q \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} K \\ \spadesuit \end{array} \right)$ のように 2 枚出しで 4 桁の数を表現することが可能である (この場合, 1213 を表す. 2 枚出しの素数では最強である. ただし, 後に説明するように合成数も条件付きで出せるので $\left(\begin{array}{c} K \\ \diamondsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} K \\ \spadesuit \end{array} \right)$ と 1313 で返すことが可能な場合がある).

カードを組み合わせて出す場合は, 同じカードでいくつかの数を表現することが可能であるので $\left(\begin{array}{c} A \\ \spadesuit \end{array} \right)$ と $\left(\begin{array}{c} 7 \\ \spadesuit \end{array} \right)$ の 2 枚を組み合わせる場合, $\left(\begin{array}{c} A \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 7 \\ \spadesuit \end{array} \right)$, $\left(\begin{array}{c} 7 \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} A \\ \spadesuit \end{array} \right)$ のように 17 と 71 の 2 通りの数を表現することが出来る), プレイヤーはカードを出すときにどの数として出すのかを他のプレイヤーが分かるように宣言して出さなければならない.

通常の大富豪のルールにおける 2 枚出し, 3 枚出し, 4 枚出しのようなカードを組み合わせる出す出し方は採用しない. つまり, 5 は素数であるが, $\left(\begin{array}{c} 5 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 5 \\ \clubsuit \end{array} \right)$ のような 2 枚出しは出来ず, これは 55 という数を表現しているとみなされる. 55 は合成数であるから, 次に説明する合成数出しのルールに則って出す必要がある. ただし, 11 は素数であるから $\left(\begin{array}{c} A \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} A \\ \heartsuit \end{array} \right)$ と出すことは可能である (これは 2 枚出しで最弱であるから, 場に何も出ていない状態で手番を持っているプレイヤーのみが出せる).

合成数も条件付きで出すことが出来る. 合成数を出す場合はまず, その数を素因数分解する. そして, 手札にその素因数を表現するカードを全て持っている場合に限って, それらのカードを捨てる (直接流す) ことにより合成数を表現するカードを場に出すことが出来る. 例えば, プレイヤー b が $\left(\begin{array}{c} 10 \\ \heartsuit \end{array} \right)$ を場に出すような進行の例をあげる. 10 の素因数分解は 2×5 であることに注意する.

$$a: \left(\begin{array}{c} 7 \\ \clubsuit \end{array} \right) \longrightarrow b: \left(\begin{array}{c} 2 \\ \heartsuit \end{array} \right) \text{ と } \left(\begin{array}{c} 5 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \text{ を捨てて } \left(\begin{array}{c} 10 \\ \heartsuit \end{array} \right) \text{ を出す } \longrightarrow c: \left(\begin{array}{c} J \\ \diamondsuit \end{array} \right)$$

合成数出しをするときも, カードの強さと組み合わせる枚数を合わせて出さなければならないというルールは同様に適用される. また, 素因数分解に現れる素数は現れる個数 (指数) だけカードを捨てなければならない. すなわち, $189 = 3^3 \times 7$ を出す場合には次のようにしなければならない.

$$\left(\begin{array}{c} 3 \\ \spadesuit \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 3 \\ \clubsuit \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 3 \\ \heartsuit \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 7 \\ \spadesuit \end{array} \right) \text{ を捨てて } \left(\begin{array}{c} A \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 8 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 9 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \text{ を場に出す}$$

素因数が大きい場合にも, その素因数をカードを組み合わせる表現することが出来る. 例えば, $46793 = 73 \times 641$ は次のように出すことが出来る.

$$\left(\begin{array}{c} 7 \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 3 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \text{ と } \left(\begin{array}{c} 6 \\ \heartsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 4 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} A \\ \spadesuit \end{array} \right) \text{ を捨てることにより } \left(\begin{array}{c} 4 \\ \heartsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 6 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 7 \\ \clubsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 9 \\ \heartsuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 3 \\ \spadesuit \end{array} \right) \text{ を場に出す}$$

次のような間違いがよくあるので注意する.

$$\text{反則 } \left(\begin{array}{c} 4 \\ \diamondsuit \end{array} \right) \text{ と } \left(\begin{array}{c} 4 \\ \clubsuit \end{array} \right) \text{ を捨てて } \left(\begin{array}{c} A \\ \spadesuit \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 6 \\ \spadesuit \end{array} \right) \text{ を出す}$$

16 = 4 × 4 は 16 の素因数分解ではないので、上の出し方は間違いである (なお、実際にこう出した場合は反則でペナルティを受ける). 16 = 2⁴ なので、次のように出さなければならない.

$\begin{matrix} 2 \\ \spadesuit \end{matrix}, \begin{matrix} 2 \\ \clubsuit \end{matrix}, \begin{matrix} 2 \\ \heartsuit \end{matrix}, \begin{matrix} 2 \\ \diamondsuit \end{matrix}$ を捨てて $\begin{matrix} A \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} 6 \\ \clubsuit \end{matrix}$ を出す

通常の大富豪では「8切り」というルールがあるが、素数大富豪ではそれに対応するルールとして「グロタンディーク素数切り」(通称グロタンカット)がある. 57 は素数ではないが、特別に素数として 57 を表現するカードの組み合わせを場に出すことができる.⁵ 57 を表現するカードの組み合わせが場に出たとき、強制的に場を流してそれを出したプレイヤーの手番からゲームを再開する. 例えば、次のようなゲームの進行が考えられる.

a : $\begin{matrix} 3 \\ \heartsuit \end{matrix} \begin{matrix} 7 \\ \heartsuit \end{matrix}$ → b : $\begin{matrix} 5 \\ \heartsuit \end{matrix} \begin{matrix} 7 \\ \spadesuit \end{matrix}$ → 流れ → b の手番

逆に、57 を合成数として出すことは出来ない.

反則 a : $\begin{matrix} 2 \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} 9 \\ \heartsuit \end{matrix}$ → b : $\begin{matrix} 3 \\ \spadesuit \end{matrix}$ と $\begin{matrix} A \\ \heartsuit \end{matrix} \begin{matrix} 9 \\ \diamondsuit \end{matrix}$ を捨てて $\begin{matrix} 5 \\ \diamondsuit \end{matrix} \begin{matrix} 7 \\ \diamondsuit \end{matrix}$ を出す

ジョーカーは 1 枚出しにおいては最強のカードとして扱ったが、カードを組み合わせる出す場合には 0 から 13 までの任意の整数として利用することができる (ジョーカーが含まれていても強制的に流れるわけではない).⁶ 例えば、次のような進行が考えられる.

a : $\begin{matrix} 2 \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} 8 \\ \diamondsuit \end{matrix} \begin{matrix} 3 \\ \spadesuit \end{matrix}$ → b : $\begin{matrix} 9 \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} J \\ \star \end{matrix} \begin{matrix} A \\ \diamondsuit \end{matrix}$ を $\begin{matrix} J \\ \star \end{matrix}$ を 9 として利用し、991 として場に出す
→ c : $\begin{matrix} Q \\ \heartsuit \end{matrix} \begin{matrix} 7 \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} 9 \\ \diamondsuit \end{matrix}$

2.3 山札からカードを引く

手札が例えば $\begin{matrix} 4 \\ \spadesuit \end{matrix}$ と $\begin{matrix} 6 \\ \diamondsuit \end{matrix}$ だけであるとき、このプレイヤーは最早カードを出すことが出来ない. このような詰みの状況を避けるために設けられたルールとして、各プレイヤーは自分の手番に 1 枚山札からカードを引いてもよいことにする. もちろん引かなくてもよい. 山札からカードを引く場合はその旨を宣言してからカードを引いて手札に加える. カードを引いた後にそのプレイヤーは場にカードを出してもよい. パスを宣言した後に山札からカードを引くことは出来ない. また、2 枚以上引くことも許されない. 山札にカードがない場合はカードを引くことはできない. ただし、流れたカードだけでなく、場に出ているカードのうち一番上に出ているカードの組み合わせ以外は随時山札に追加してもよい. 例えば、次のような進行が考えられる.

b の手札は $\begin{matrix} 4 \\ \spadesuit \end{matrix}$ のみ

a : $\begin{matrix} 2 \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} 3 \\ \diamondsuit \end{matrix}$ → b : 山札からカードを引くことを宣言して $\begin{matrix} A \\ \heartsuit \end{matrix}$ を引き当てる.
→ b : $\begin{matrix} 4 \\ \spadesuit \end{matrix} \begin{matrix} A \\ \heartsuit \end{matrix}$ → b : あがり → 流れ → c の手番

⁵57 はグロタンディーク素数と呼ばれていることからこのルールが生まれた. 57 は素数ではないが、20 世紀最高の数学者の 1 人であるグロタンディークが具体的な素数として (誤まって)57 を提示したというエピソードからこのように呼ばれている.

⁶0 を含めているのは単純に扱える整数の数を増やすためという理由による. 例えば、 $\begin{matrix} 10 \\ \diamondsuit \end{matrix} \begin{matrix} J \\ \star \end{matrix} \begin{matrix} 9 \\ \heartsuit \end{matrix}$ で 1009 を表現することができる. ゲームとしては 1019 とした方が強いが、数字への愛情から作られたルールと言える.

2.4 反則とペナルティ

素数判定員は各プレイヤーのカードの出し方が正しいかどうかを判定する。正しくない場合(具体的には素数として出したがそれが素数でなかった場合, 合成数出しにおける素因数分解の計算間違い(単純な掛け算のミスや素因数とっていた数其实是素数ではなかった場合)など)は反則として, 場に出したカードを全て手札に戻し(合成数出しの場合は捨てたカードも含む), その枚数だけ更に山札からカードを引いて手札に加えて次のプレイヤーに手番を移す(ペナルティ)。つまり, 多くのカードを組み合わせる出す場合は成功すれば一気に手札を減らすことが出来るが, その分だけリスクが大きくなる。例えば, 次のような進行が考えられる。

a: $\boxed{5}$ (♠) → b: $\boxed{9}$ (♠) (9 は素数ではない)
 → b: $\boxed{9}$ (♠) を手札に戻して山札からカードを 1 枚引く
 → c: $\boxed{7}$ (♥)

a: $\boxed{4}$ (♠) \boxed{A} (♥) → b: $\boxed{9}$ (♠) \boxed{A} (♠) (91 は素数ではない)
 → b: $\boxed{9}$ (♠) と \boxed{A} (♠) を手札に戻して山札からカードを 2 枚引く
 → c: $\boxed{8}$ (♠) $\boxed{9}$ (♠)

a: $\boxed{5}$ (♠) $\boxed{3}$ (♥) → b: $\boxed{5}$ (♥) $\boxed{7}$ (♠) (グロタンカット)
 → 流れ
 → b: $\boxed{2}$ (♠) $\boxed{4}$ (♥) $\boxed{5}$ (♠) $\boxed{3}$ (♥) $\boxed{6}$ (♠) $\boxed{8}$ (♠) $\boxed{9}$ (♠) \boxed{A} (♠) (24536891 は素数ではない)
 → b: 出した 8 枚を手札に戻して山札からカードを 8 枚引く
 → a: $\boxed{7}$ (♠) → a: あがり (残っているプレイヤーが a, b の 2 人の場合)

a: \boxed{A} (♠) $\boxed{3}$ (♠) $\boxed{6}$ (♠) $\boxed{7}$ (♠) → b: $\boxed{7}$ (♠) と $\boxed{2}$ (♠) \boxed{K} (♠) を捨てて \boxed{A} (♠) $\boxed{4}$ (♠) $\boxed{9}$ (♥) \boxed{A} (♠) を出す (213 は素数ではない)
 → b: 出した (捨てた) 7 枚を手札に戻して山札からカードを 7 枚引く
 → c: $\boxed{3}$ (♠), $\boxed{7}$ (♠), $\boxed{7}$ (♥) \boxed{A} (♠) を捨てて \boxed{A} (♠) $\boxed{4}$ (♠) $\boxed{9}$ (♥) \boxed{J} (♠) を出す (\boxed{J} は 1 として使う)

流されたカードおよび, 場に出ている 1 番上のカードの組み合わせ以外のカードを全て山札に追加しても山札が少ない(または完全がない)場合にプレイヤーが反則した場合は, 更に重いペナルティが課される。本来ペナルティとして引かなければならなかったにも関わらず山札から引けなかった枚数だけ, 反則したプレイヤーを除く他のプレイヤーは任意にカードを捨てる事が出来る。なお, このペナルティにより同時にあがるプレイヤーが複数人生じた場合は手番の順にあがるものとする。

3 補足

1 手番の時間

素数大富豪で遊ぶ場合は, 1 手番に時間をかけすぎて他人に迷惑をかけないように心

がけるべきである。1手番に制限時間を設けて、その時間を過ぎると強制的にパスとするのもよい。⁷

2人プレイ、ゲーム時間の短縮

通常の大富豪では手札に $\boxed{3}$ があれば革命が起きない限り非常に弱いカードであるし、 $\boxed{9}$ のようなカードは革命が起きても中途半端で邪魔なカードであるが、素数大富豪においてはルール上、どのカードも活用し得る。このことから、トランプの全てのカードを用いなくてもゲームが成り立つことがわかる。よって、プレイヤー人数が2人であっても十分楽しめるし、山札を増やしてプレイヤーの手札を減らすことにより1ゲームにかかる時間を短縮することもできる。また、初心者の間は偶数に苦しめられる可能性が高いので、あらかじめ偶数を半数除いてゲームを行うことを推奨する。

山札の存在

山札およびペナルティの存在によりギャンブルの要素も入っている。最後に大量の手札を一気に出して素数であった場合は大変嬉しい。そのときは記念にその素数を覚えよう!

倍数判定

素数大富豪においては出したいカードが素数であるか分からないが一か八か出してみたいという状況がしばしば起こり得る。そのような場合でも明らかに素数でないものは出さないようにしたい。「10進法表示された自然数の各桁の和が3の倍数ならば、もとの自然数も3の倍数である。」という数学的事実があるので、出そうと思っている数が3の倍数でないことを確認する癖をつけるべきである。2,5の倍数であるかはより簡単に分かる。空き時間に7, 11, 13で割れるかを更に暗算で確かめてからカードを出すことが出来ればより良い。このような験算を行うことにより、3桁の数は約83.14%、4桁の数は約61.43%の確率で素数となる。

手札補充のテクニック

1手番に山札から引けるカードの枚数は1枚であるが、2枚以上引く方法がある。そのためには、故意に反則すればよい。ただし、その場合は次のプレイヤーに手番が移ってしまうことに注意。例えば、次のようなゲーム進行が考えられる。

a: $\boxed{3}$ $\boxed{7}$ → b: $\boxed{3}$ $\boxed{8}$
→ b: $\boxed{3}$ と $\boxed{8}$ を手札に戻して山札から2枚カードを引く
→ cの手番

反則ではなく×××の例のような、許されていない出し方でこのテクニックを用いることは出来ない。(例)

××× a: $\boxed{3}$ $\boxed{7}$ → b: $\boxed{3}$ $\boxed{6}$
→ b: $\boxed{3}$ と $\boxed{6}$ を手札に戻して山札から2枚カードを引く

⁷長考を許した熱戦を繰り広げたい場合はこの限りでない。

ローカルルール

その他、大富豪と大貧民のカード交換やプレイヤーの点数付けなどのルールを通常の大富豪と同様に設けることが出来る。大富豪はローカルルールが大量にあることで有名であるが、素数大富豪も基本的なルールをこの記事で提示しただけであって、様々な追加ルールがプレイヤー達によって生み出されていくことを願っている。ここでは、試みに「双子素数しばり」と呼ばれる追加ルールを提案してみたい。 p と $p+2$ がともに素数であるようなペア $(p, p+2)$ のことを双子素数という。プレイヤーは手札に双子素数がある場合は、それらのペアを1手番に連続で出すことが出来る(ただし、組み合わせて出す場合はその枚数が揃っていなければならない)。更に、双子素数が場に出された場合は、場が流れるまで双子素数しか出すことが出来ない。次のような、ゲーム進行が考えられる。

$$\begin{aligned}
 & a: \boxed{7}_{\spadesuit} \rightarrow b: \boxed{J}_{\spadesuit}, \boxed{K}_{\heartsuit} \rightarrow \text{流れ} \rightarrow b \text{の手番} \\
 & a: \boxed{2}_{\clubsuit}, \boxed{6}_{\diamondsuit}, \boxed{9}_{\spadesuit} \rightarrow b: \boxed{5}_{\heartsuit}, \boxed{6}_{\spadesuit}, \boxed{9}_{\heartsuit}, \boxed{J}_{\star}, \boxed{7}_{\clubsuit}, \boxed{A}_{\heartsuit} \quad (\boxed{J}_{\star} \text{は} 5 \text{として使う}) \\
 & \quad \rightarrow c: \boxed{J}_{\diamondsuit}, \boxed{5}_{\diamondsuit}, \boxed{A}_{\clubsuit}, \boxed{J}_{\clubsuit}, \boxed{5}_{\clubsuit}, \boxed{3}_{\diamondsuit} \\
 & \quad \rightarrow d: \text{パス} \\
 & \times \times \times \quad a: \boxed{5}_{\heartsuit}, \boxed{7}_{\heartsuit} \rightarrow b: \boxed{J}_{\diamondsuit} \quad \times \times \times \quad a: \boxed{7}_{\heartsuit} \rightarrow b: \boxed{J}_{\clubsuit}, \boxed{A}_{\heartsuit}, \boxed{3}_{\spadesuit}
 \end{aligned}$$

素数, 素因数分解について

今更であるが、数学的概念である素数および素因数分解について説明しておく。執筆者は素数大富豪は小学生でも遊ぶことが出来るゲームであると信じている。

定義. 1 とその数自身以外に正の約数を持たないような1より大きい整数のことを素数という。また、素数でないような1より大きい整数のことを合成数という。

100 以下の素数は次の25個である。

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97$$

定義. n を1より大きい整数とする。 n に対して、次のような表示のことを n の素因数分解とよぶ。

$$n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$$

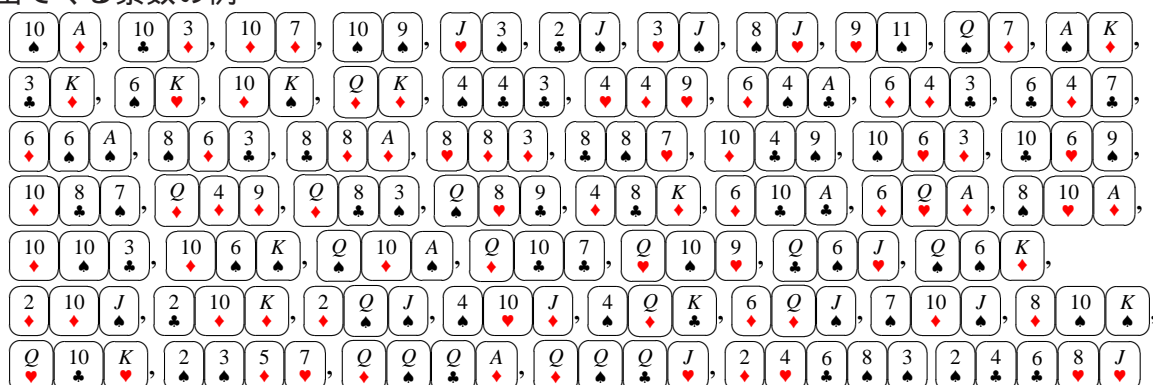
ここで、 p_1, \dots, p_k は相異なる素数 (n の素因数とよぶ) であり、 e_1, \dots, e_k は自然数である。

$$\text{例) } 125 = 5^3, 12 = 2^2 \times 3, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

定理. 1より大きい任意の整数は素因数分解する⁸ことが出来る。更に、素因数の順番を除けば素因数分解は一通りしかない。

⁸素因数分解の表示を与えることを素因数分解するという。

よく出てくる素数の例



おわりに

素数大富豪の最初の案は人を待っている 15 分間で作られたものであるが、このようなゲームを考案した(してしまった)理由は執筆者が素数が大好きだからである。素数大富豪は少し慣れた人どうして遊ぶと、3 桁以上の素数を扱わなければ全く勝てなくなる。素数をたくさん覚えていないと遊べないというわけではなく、このゲームで遊ぶことにより大きな素数を自然と覚えてしまうという不思議な効果がある。素数を覚えることに意味があるのかと問われるとそれまでであるが(実際、あまり意味はないであろう)、このゲームほど容易に 3 桁以上の素数に触れ合える機会はあまりないように思う。

参考文献

- [1] 日本大富豪連盟公式サイト, <http://dai-fugo-japan.com/>.
- [2] Wikipedia, 大富豪.