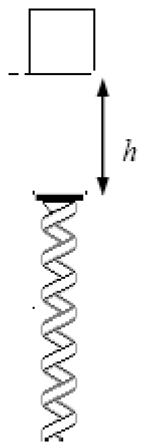
KUNCI JAWABAN
OLIMPIADE SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2017
CALON TIM OLIMPIADE FISIKA INDONESIA 2018

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS
TAHUN 2017

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS

Tes Seleksi OSN 2017 Bidang FISIKA
TINGKAT KABUPATEN/KOTA
Waktu: 3 Jam

1. (**15 poin**) Sebuah pegas telah didesain sedemikian untuk diletakkan di dasar lantai suatu kolom lift pada sebuah gedung bertingkat (lihat gambar samping). Pegas ini berfungsi untuk mengamankan orang yang di dalam lift ketika kabel lift putus dan kemudian lift terjatuh. Diketahui massa total lift dan penumpangnya adalah M dan percepatan gravitasi g. Jika pada saat lift berada pada ketinggian h diatas puncak pegas, kabel lift putus dan kemudian lift terjatuh, tentukan:
   a) konstanta pegas k agar penumpang lift merasakan percepatan yang tidak lebih besar dari pada $5g$ pada saat lift akan berhenti untuk pertama kali!
   b) amplitudo osilasi dinyatakan dalam h, jika setelah berhenti pegas itu kemudian berosilasi.

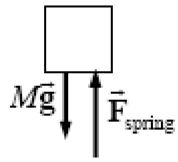


Jawab:

a) Percepatan maksimum $5g$ hanya terjadi pada saat gayanya maksimum:

$$F_{max} = M\,a_{max} \qquad (1)$$

Gaya maksimum terjadi pada saat pegas terkompresi maksimum.

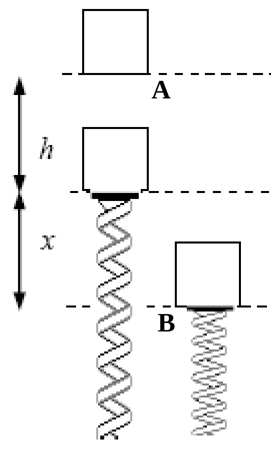


Dari Hk Newton diperoleh:

$$F_t = F_{pgs} - Mg = Ma = 5\,Mg$$

$$\Rightarrow \quad F_{pgs} = 6\,Mg$$

Karena gerak lift merupakan jatuh bebas dan dalam pengaruh gaya konservatif maka berlaku kekekalan energi. Di posisi A dan B berlaku kondisi:



$$v_A = 0,\quad y_A = x + h,\quad x_A = 0$$

$$v_B = 0,\quad y_B = 0,\quad x_B = x$$

$$EM_A = EM_B$$

$$\tfrac{1}{2} M v_A^2 + M g\, y_A + \tfrac{1}{2} k\, x_A^2 = \tfrac{1}{2} M v_B^2 + M g\, y_B + \tfrac{1}{2} k\, x_B^2$$

$$0 + M g\,(x + h) + 0 = 0 + 0 + \tfrac{1}{2} k\, x^2$$

$$\rightarrow \quad M\,g\,(x + h) = \tfrac{1}{2}\,k\,x^2 \qquad (2)$$

Sementara gaya pegas saat pegas terkompresi maksimum adalah

$$F_{pgs} = 6\,Mg = k\,x \quad \rightarrow \quad x = (6\,Mg)/k \qquad (3)$$

Substitusi (3) ke (2) diperoleh, $Mg\left(\frac{6Mg}{k} + h\right) = \frac{1}{2}k\left(\frac{6Mg}{k}\right)^2$

Maka, $\rightarrow \quad k = \frac{12Mg}{h}$

b) Setelah benda menumbuk pegas, sistim benda-pegas akan melintasi titik setimbang pada jarak x_o dari titik A yang memenuhi:

$$\sum F = Ma$$
$$Mg - kx_0 = Ma$$

Ketika di titik setimbang, $a = 0$ dan kecepatan maksimum, v_{max}.

Maka, $x_0 = \frac{Mg}{k}$

$$x_o = x - A \qquad \text{atau} \qquad x = x_0 + A = \frac{Mg}{k} + A \qquad (4)$$

Dari pers. (2) diperoleh:

$$\frac{1}{2}kx^2 - Mgx - Mgh = 0$$

$$x = \frac{Mg}{k} \pm \frac{\sqrt{Mg(Mg + 2kh)}}{k} \qquad (5)$$

Bandingkan pers. (4) dan (5) dan masukkan nilai k, diperoleh:

$$A = \frac{\sqrt{Mg(Mg + 2kh)}}{k} \quad \rightarrow \quad A = \frac{5}{12}h$$

Cara lain:

Jika persamaan osilasi pegas itu memenuhi bentuk umum:

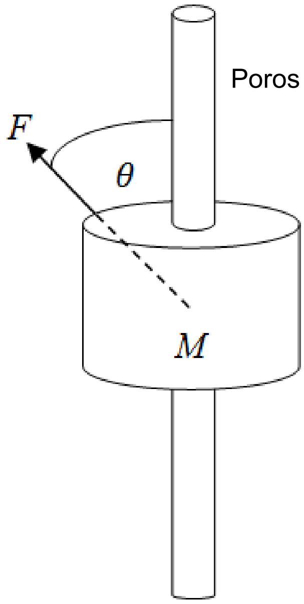
$$y = A\sin(\omega t + \phi)$$
$$v = \omega A\cos(\omega t + \phi) \qquad (6)$$
$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 y$$

Substitusi parameter2 yang diketahui ke dalam pers. (6),

$$5g = \omega^2 A = \frac{k}{M}A$$

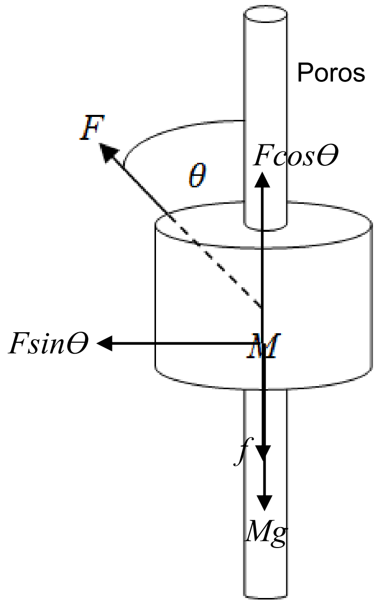
Jadi, $A = \frac{5Mg}{k} = \frac{5Mg}{12Mg}h = \frac{5}{12}h$

2. (**13 poin**) Sebuah benda bermassa M bergerak secara vertikal pada sebuah poros (seperti gambar di samping) akibat pengaruh dari sebuah gaya F yang besarnya konstan namun arahnya berubah setiap waktu. Diketahui bahwa θ = bt, dimana b merupakan sebuah konstanta dan t adalah waktu dalam detik. Jika koefisien gesek kinetik antara benda dan poros adalah μ_k dan bila benda itu mulai bergerak dari keadaan diam (yaitu ketika $\theta = 0^0$), tentukan besar gaya F yang akan menyebabkan benda berhenti setelah $\theta = \pi/2$.



Jawaban :

Diagram gaya:



Persamaan kesetimbangan (sumbu x):

$$\sum F_x = 0$$

$F\sin\theta - N = 0$ → $N = F\sin\theta = F\sin bt$

Gaya gesek: $f = \mu_k N = \mu_k F \sin bt$

Persamaan gerak (sumbu y):

$$\sum F_y = Ma$$

$$F\cos\theta - Mg - f = Ma$$

$$F\cos bt - Mg - \mu_k F\sin bt = M\frac{dv}{dt}$$

$$\int_0^t \left(F\cos bt - Mg - \mu_k F\sin bt\right)dt = \int_0^v M dv$$

$$\left.\frac{F}{b}\sin bt - Mgt + \frac{\mu_k F}{b}\cos bt\right]_0^t = Mv$$

$$\frac{F}{b}\sin bt - Mgt + \frac{\mu_k F}{b}\left(\cos bt - 1\right) = Mv$$

$$\frac{F}{b}\left(\sin bt + \mu_k\left(\cos bt - 1\right)\right) - Mgt = Mv$$

Kondisi benda telah berhenti ($v = 0$):

$$\theta = \pi/2 \iff bt = \pi/2 \qquad t = \pi/2b$$

$$\frac{F}{b}\left(\sin b\left(\frac{\pi}{2b}\right) + \mu_k\left(\cos b\left(\frac{\pi}{2b}\right) - 1\right)\right) - Mg\left(\frac{\pi}{2b}\right) = M(0)$$

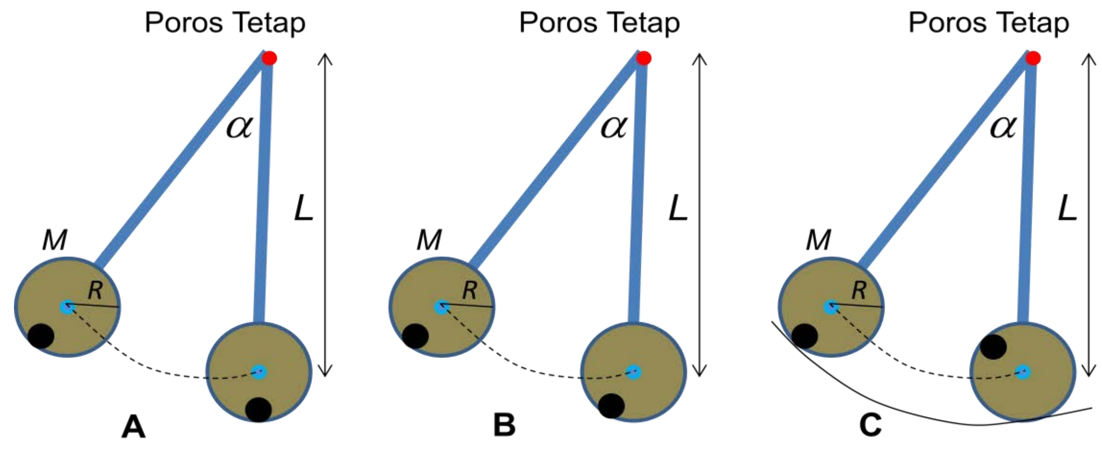
$$\frac{F}{b}\left(1 + \mu_k(0-1)\right) - Mg\left(\frac{\pi}{2b}\right) = 0$$

$$\frac{F}{b}\left(1 - \mu_k\right) = \frac{Mg\pi}{2b}$$

Maka,

$$F = \frac{Mg\pi}{2\left(1 - \mu_k\right)}$$

3. (**12 poin**) Sebuah piringan pejal bermassa M, dan berjari-jari R ($I = \frac{1}{2}MR^2$) dipasang pada ujung sebuah batang tak bermassa dengan panjang L. Ujung batang lainnya diberi poros tetap yang licin. Mula-mula batang disimpangkan dengan sudut $\alpha = \pi/3$ rad terhadap garis vertikal. Jika piringan dilepaskan tanpa kecepatan awal, tentukanlah kecepatan pusat massa piringan v di titik terendahnya dengan kondisi (lihat gambar di bawah):
   a) Piringan di lem ke batang (lihat Gambar A).
   b) Piringan dipasang dengan poros licin (Gambar B).
   c) Sama dengan (b), hanya saja terdapat lintasan lingkaran berjari-jari (L+R) yang cukup kasar sehingga piringan tidak slip pada permukaan tersebut (Gambar C).



Jawaban:

a) Setiap titik piringan mengalami perpindahan yang berbeda, tergantung jarak dari poros rotasi. Karena perpindahan piringan mengikuti poros rotasi, yang berjarak L dari pusat massa piringan, kita dapat menghitung pergerakan piringan sebagai benda tegar yang memiliki momen inersia I.

$$I' = I_{pm} + M L^2$$
$$= \tfrac{1}{2}MR^2 + ML^2$$
$$I' = \tfrac{1}{2}M\,(R^2 + 2L^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Karena tidak ada gaya non-konservatif, maka, energi mekanik kekal :

$$MgL(1 - \cos\,\theta\,) = \tfrac{1}{2}\,I'\omega^2$$

Masukan $\theta = \pi/3$, dan substitusi pers. (1) :

$$MgL(1 - \cos(\pi/3)) = \tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}M\,(R^2 + 2L^2)\}.(v/L)^2$$

Selesaikan persamaan di atas menghasilkan:

$$v = \sqrt{\frac{2gL}{2 + (R/L)^2}}$$

b) Setiap titik piringan mengalami perpindahan yang sama, sehingga gerak yang terjadi adalah gerak translasi murni.
Karena tidak ada gaya non-konservatif, maka energi mekanik kekal:

$$MgL(1 - \cos\theta\,) = \tfrac{1}{2}\,Mv^2$$

Memasukan $\theta = \pi/3$, dan menyelesaikan persamaan di atas menghasilkan :

$$v = \sqrt{gL}$$

c) Piringan berputar tanpa slip. Maka dapat dengan mudah ditunjukkan bahwa :

$v = \omega R$ ....(2)

$MgL(1 - \cos\theta) = ½\, Mv^2 + ½\, I_{pm}\omega^2$

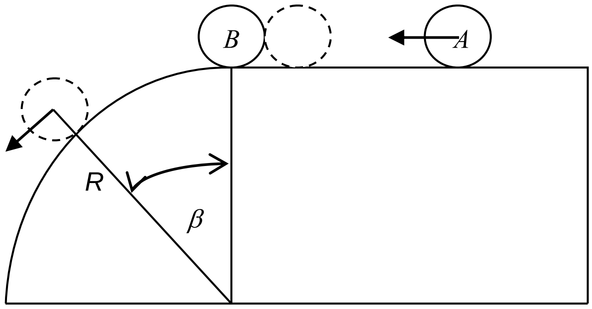
Masukan $\theta = \pi/3$, $I_{pm} = ½MR^2$, dan substitusi pers (2) :

$MgL(1 - \cos(\pi/3)) = ½\, Mv^2 + ½\, (½MR^2)(v/R)^2$

Menyelesaikan persamaan di atas menghasilkan :

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}gL}$$

4. (**15 poin**) Sebuah bola A bermassa *m* menumbuk bola B dengan massa 2*m* yang mula-mula diam (seperti yang ditunjukkan gambar di bawah). Sesaat setelah tumbukan, bola B meluncur pada lintasan yang berbentuk seperempat lingkaran berjari-jari *R* dan kemudian pada sudut *β*, gerakan bola B menjadi gerak proyektil. Diketahui bahwa tumbukan antara kedua bola bersifat lenting sebagian dengan koefisien restitusi *e*, dan kedua bola dapat dianggap sebagai benda titik. Tentukan besar kecepatan bola A saat menumbuk bola B.



Jawaban:

Kekekalan momentum linier:

$$P_A + P_B = P_A' + P_B'$$

$$mv_A + 0 = mv_A' + 2mv_B'$$

$$v_A = v_A' + 2v_B' \text{ ....(1)}$$

$$e = -\frac{v_B' - v_A'}{v_B - v_A} = -\frac{v_B' - v_A'}{0 - v_A}$$

$$ev_A = v_B' - v_A'$$

$$v_A' = v_B' - ev_A \text{ ....(2)}$$

substitusi v_A’ dari persamaan (2) ke persamaan (1):

$$v_A = v_B' - e v_A + 2v_B'$$

$$v_B' = \frac{v_A(1+e)}{3} \qquad \text{..(3)}$$

Misal titik P adalah titik dimana bola B mulai mengalami gerak proyektil. Disini gaya normal B pada lintasan sama dengan nol, $N_B = 0$. Maka,

$$\sum F_S = 2m\frac{v_P^2}{R}$$

$$2mg\cos\beta = 2m\frac{v_P^2}{R} \qquad \rightarrow \qquad v_P^2 = gR\cos\beta$$

Kekekalan energi mekanik setelah tumbukan:

$$\frac{1}{2}(2m)v_B'^2 + (2m)gR(1-\cos\beta) = \frac{1}{2}(2m)v_P^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{v_A(1+e)}{3}\right)^2 + gR(1-\cos\beta) = \frac{1}{2}gR\cos\beta$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{v_A(1+e)}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}gR\cos\beta - gR + gR\cos\beta$$

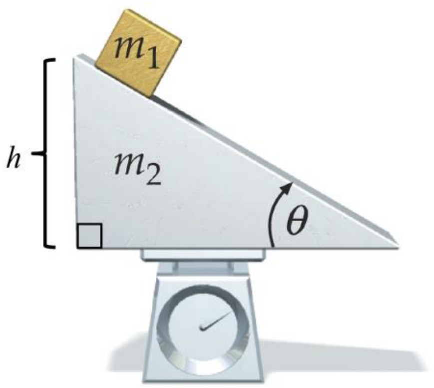
$$\frac{1}{2}\left(\frac{v_A(1+e)}{3}\right)^2 = \frac{3}{2}gR\cos\beta - gR$$

$$\left(\frac{v_A(1+e)}{3}\right)^2 = gR(3\cos\beta - 2)$$

Maka,

$$v_A = \frac{3}{1+e}\sqrt{gR(3\cos\beta - 2)}$$

5. (**15 poin**) Sebuah balok kecil (massa m_1) berada di atas suatu bidang miring (massa m_2, sudut kemiringan θ) yang diletakkan di atas alat timbangan berat (lihat gambar). Diketahui bidang miring memiliki ketinggian h dan titik pusat massanya berada pada ketinggian $h/3$ dari alas bidang miring. Sementara itu pada saat awal, titik pusat massa balok m_1 berada di ketinggian h dari alas bidang miring. Tentukan:



(a) letak posisi vertikal titik pusat massa sistem balok-bidang miring tersebut.
(b) komponen vertikal kecepatan pusat massa balok dinyatakan sebagai fungsi waktu t, saat balok kecil tergeser/bergerak ke bawah di atas permukaan bidang miring
(c) posisi vertikal titik pusat massa balok sebagai fungsi waktu t.
(d) nilai pembacaan pada alat timbangan berat saat balok kecil mulai bergeser.

Jawaban :

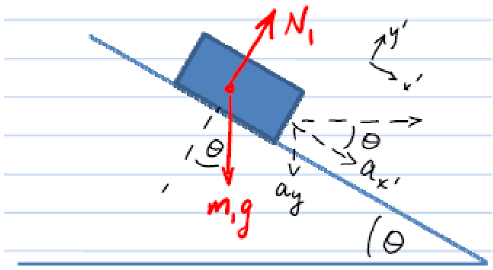
(a) Letak posisi vertikal titik pusat massa (CM) sistem balok-bidang miring:

$$y_{cm} = \frac{m_1(h) + m_2(h/3)}{m_1 + m_2} = \left(\frac{m_1 + m_2/3}{m_1 + m_2}\right)h$$

(b) Komponen vertikal kecepatan pusat massa balok dinyatakan sebagai fungsi waktu t:

$$v_{y_{cm}} = \frac{dy_{cm}}{dt} = \frac{1}{m_1 + m_2}\left(m_1\frac{dh_1}{dt} + m_2\frac{dh_2}{dt}\right) = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\frac{dh_1}{dt} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_{1y}$$

Mencari $v_{1y}(t)$:



$\sum F_{x'} = m_1 a_{x'} = m_1 g \sin\theta$, sehingga $a_{x'} = g\sin\theta$, dan untuk koordinat y (bukan y') berlaku $a_y = -a_{x'}\sin\theta = -g\sin^2\theta$, dan dengan demikian $v_1 = -g\sin^2\theta\, t$ dan akhirnya

$$v_{cm_y} = \frac{m_1 v_{y1} + m_2 v_{y2}}{m_1 + m_2} = -\frac{m_1}{m_1 + m_2} g\sin^2\theta\, t$$

(c) Posisi vertikal titik pusat massa balok sebagai fungsi waktu t :

$$y_1 = h - \frac{1}{2} g \sin^2\theta\, t^2 \ , \ \ y_{cm}(t) = \frac{m_1 y_1 + m_2 (h/3)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 h - m_1 (\frac{1}{2} g \sin^2\theta\, t^2) + m_2 h/3}{m_1 + m_2}$$

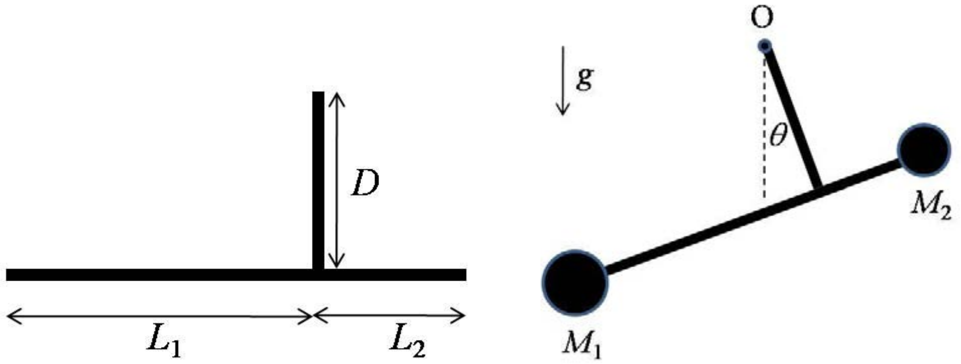
(d) Nilai pembacaan pada alat timbangan berat saat balok kecil mulai bergeser :

$$F_{tot}^{y} = M a_{cm}^{y} \ , \ \ F_{tot}^{y} = F_{timb} - Mg = M a_{cm}^{y} \ , \ \ a_{cm}^{y} = \frac{dv_{cmy}}{dt} = -\frac{m_1}{m_1 + m_2} g \sin^2\theta$$

dengan $M = m_1 + m_2$, sehingga

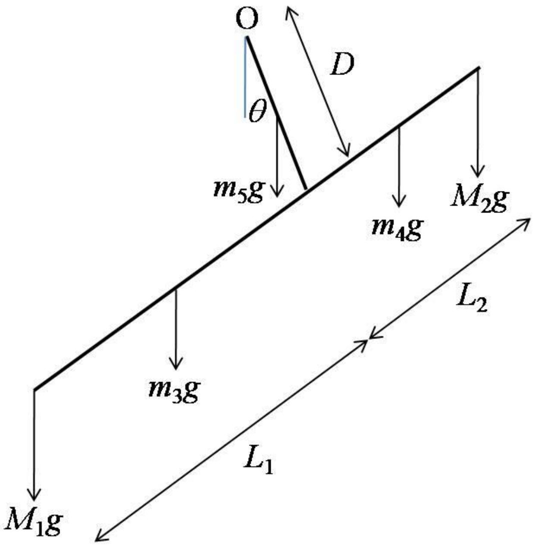
$$F_{timb} = Mg + M\left(-\frac{m_1}{m_1 + m_2} g \sin^2\theta \right) = (m_1 + m_2)g - m_1 g \sin^2\theta$$

6. (**15 poin**) Diketahui dua batang seragam yang disusun seperti pada gambar berikut. Batang dengan panjang D dipasang tegaklurus terhadap batang dengan panjang $L_1 + L_2$ (lihat gambar). Massa batang total adalah M. Ujung batang D diletakkan pada poros O yang licin, sedangkan pada ujung batang L_1 dan batang L_2 dipasang massa masing-masing berturut-turut M_1 dan M_2. Ternyata pada keadaan setimbang, batang D membentuk sudut θ terhadap vertikal. Percepatan gravitasi g ke bawah. Tentukan $\tan\theta$ dinyatakan dalam besaran-besaran di atas.



Jawaban:

Diagram gaya untuk sistem tersebut adalah



Disini,

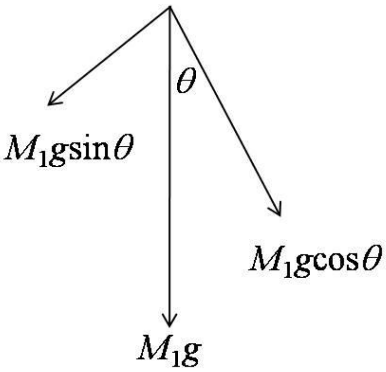
$$m_3 = \frac{L_1}{L_1 + L_2 + D} M ,$$

$$m_4 = \frac{L_2}{L_1 + L_2 + D} M ,$$

$$m_5 = \frac{D}{L_1 + L_2 + D} M$$

$$m_3 + m_4 + m_5 = M .$$

Setiap gaya dapat diuraikan ke dalam komponen $\sin\theta$ dan $\cos\theta$ sebagai berikut,



Ambil torka searah (berlawanan) putaran jarum jam bernilai positif (negatif). Syarat kesetimbangan adalah total torka di O sama dengan nol.

$$\sum \tau_O = 0$$

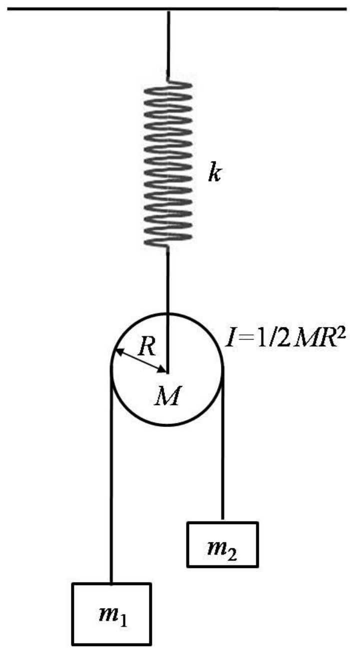
$$M_1g(D\sin\theta - L_1\cos\theta) + M_2g(D\sin\theta + L_2\cos\theta) + m_3g(D\sin\theta - \tfrac{1}{2}L_1\cos\theta)$$
$$+ m_4g(D\sin\theta + \tfrac{1}{2}L_2\cos\theta) + m_5gD\sin\theta = 0$$

$$D\sin\theta(M_1 + M_2 + m_3 + m_4 + m_5) = \cos\theta(M_1L_1 - M_2L_2 + \tfrac{1}{2}m_3L_1 - \tfrac{1}{2}m_4L_2)$$

$$D\sin\theta(M_1 + M_2 + M) = \cos\theta(M_1L_1 - M_2L_2 + \frac{1}{2}\frac{L_1^2M}{L_1 + L_2 + D} - \frac{1}{2}\frac{L_2^2M}{L_1 + L_2 + D})$$

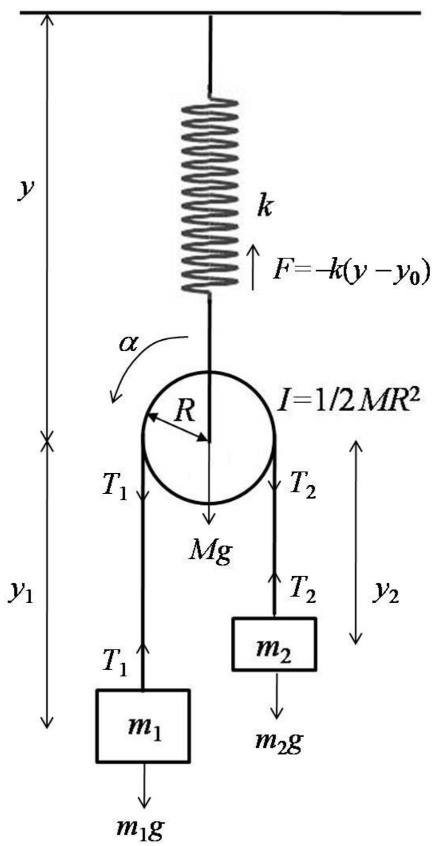
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{M_1L_1 - M_2L_2 + \dfrac{(L_1^2 - L_2^2)M}{2(L_1 + L_2 + D)}}{D(M_1 + M_2 + M)}$$

7. (**15 poin**) Pada sistem massa-pegas-katrol di samping ini, diketahui pegas tak bermassa dengan tetapan k digantung vertikal pada atap tetap. Panjang pegas mula-mula dalam keadaan tidak tertarik atau tertekan adalah y_0. Di bawah pegas tergantung sebuah katrol silinder bermassa M berjari-jari R dengan momen inersia $I = MR^2/2$. Pada katrol tersebut terdapat tali tak bermassa yang tidak dapat mulur yang menghubungkan massa m_1 dan m_2. Jika $m_1 \neq m_2$, tentukan kecepatan sudut osilasi pegas.



Jawaban:

Diagram gaya adalah sebagai berikut.



Persamaan panjang tali:

$$y_1 + y_2 + \pi R = \text{konstan}$$

Dengan diturunkan dua kali ke t maka

$$\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 = a_1 + a_2 = 0$$

$$a_2 = -a_1 \tag{1}$$

Ambil arah positif ke bawah. Persamaan gerak m_1 :

$$m_1 g - T_1 = m_1(\ddot{y} + \ddot{y}_1) = m_1(a + a_1) \tag{2}$$

Persamaan gerak m_2 :

$$m_2 g - T_2 = m_1(\ddot{y} + \ddot{y}_2) = m_1(a + a_2) = m_1(a - a_1) \tag{3}$$

Persamaan torka pada pusat katrol (tali tidak slip):

$$T_1 R - T_2 R = I\alpha = I a_1 / R$$

$$T_1 - T_2 = I a_1 / R^2 = \tfrac{1}{2} M a_1 \tag{4}$$

Persamaan gerak katrol yang terhubung pegas:

$$T_1 + T_2 + Mg - k(y - y_0) = M\ddot{y} = Ma \tag{5}$$

Pada lima persamaan di atas, terdapat lima besaran yang akan dicari yaitu a, a_1, a_2, T_1 dan T_2

.

Dari persamaan (2), (3) dan (4):

$$\tfrac{1}{2}Ma_1 = \left[m_1 g - m_1(a + a_1)\right] - \left[m_2 g - m_2(a - a_1)\right]$$

$$(\tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2)a_1 = (m_1 - m_2)(g - a) \tag{6}$$

Dari persamaan (2), (3) dan (5):

$$\left[m_1 g - m_1(a + a_1)\right] + \left[m_2 g - m_2(a - a_1)\right] + Mg - k(y - y_0) = Ma$$

$$(M + m_1 + m_2)g + (m_2 - m_1)a_1 - k(y - y_0) = (M + m_1 + m_2)a \tag{7}$$

Persamaan (6) × $(m_2 - m_1)$ dikurangi persamaan (7) × $(\tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2)$:

$$(\tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2)\left[(M + m_1 + m_2)g - k(y - y_0)\right] =$$
$$-(\tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2)(M + m_1 + m_2)a - (m_1 - m_2)^2(g - a)$$

Persamaan terakhir di atas dapat disederhanakan menjadi:

$$a = \ddot{y} = -k\frac{B}{AB - C^2}(y - y_0) + g \tag{8}$$

dengan $A = M + m_1 + m_2$, $B = \tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2$, $C = m_1 - m_2$. Selanjutnya persamaan (8) dapat dituliskan sebagai

$$\ddot{y} = -\omega^2(y - D) \tag{9}$$

dengan $\omega^2 = \dfrac{kB}{AB - C^2}$ dan $D = y_0 + g/\omega^2$. Dengan substitusi $z = y - D$ maka persamaan (9) menjadi

$$\ddot{z} = -\omega^2 z \tag{10}$$

Dari persamaan (10) di atas (atau bisa juga cukup dari persamaan (8) atau (9)), tampak bahwa kecepatan sudut pegas adalah

$$\omega = \sqrt{\frac{kB}{AB - C^2}} = \sqrt{\frac{k(\tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2)}{(M + m_1 + m_2)(\tfrac{1}{2}M + m_1 + m_2) - (m_1 - m_2)^2}}\,.$$

===== **Selamat mengerjakan, semoga sukses!** =====