Α Λυκείου Γεωμετρία
Επαναληπτικό Διαγώνισμα 1

Απαντήσεις

Θέμα Α

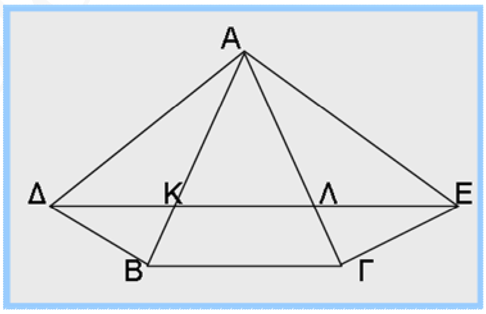
Α1. Σχολικό Βιβλίο . Σελίδα 104

Α2. Σχολικό Βιβλίο . Σελίδα 101

Α3. Λ-Λ-Λ-Σ-Σ

Θέμα Β

Β1.



Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ

Έχουν: 1. $\hat{ΑΒΔ} = \hat{ΑΓΕ} = 90^0$ (Υπ.)

2. ΑΒ=ΑΓ (Υπ.)

3. ΒΔ=ΓΕ (Υπ.)

Τότε $\overset{\Delta}{ΑΒΔ} = \overset{\Delta}{ΑΓΕ}$ άρα **ΑΔ=ΑΕ**

και $\hat{ΔΑΒ} = \hat{ΓΑΕ}$ (1)

Β2. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΔΚ και ΑΕΛ

Έχουν: 1. ΑΔ=ΑΕ (Από **Β1**)

2. $\hat{ΑΔΚ} = \hat{ΑΕΛ}$ (ΑΔΕ Ισοσκελές)

3. $\hat{ΔΑΒ} = \hat{ΓΑΕ}$ (Από (1))

Τότε $\overset{\Delta}{ΑΔΚ} = \overset{\Delta}{ΑΕΛ}$ άρα ΑΚ=ΑΛ

Β3. Στο τρίγωνο ΑΚΛ είναι: $2\hat{ΑΚΛ} + \hat{Α} = 180^0$

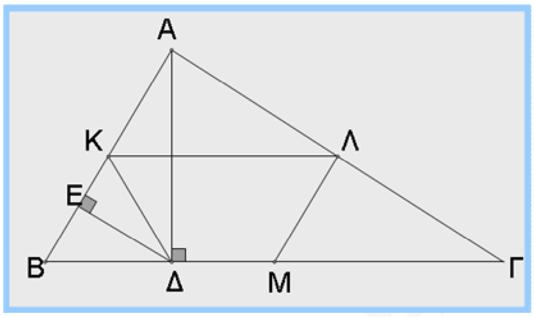
Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι: $2\hat{ΑΒΓ} + \hat{Α} = 180^0$

Τότε $2\hat{ΑΚΛ} + \hat{Α} = 2\hat{ΑΒΓ} + \hat{Α} \Leftrightarrow \hat{ΑΚΛ} = \hat{ΑΒΓ}$

Άρα ΚΛ//ΒΓ γιατί έχουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες.

Θέμα Γ

Γ1.



Στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:
$\begin{cases} \text{Κ} & \text{μέσο} & \text{ΑΒ} \\ \text{Λ} & \text{μέσο} & \text{ΑΓ} \end{cases}$ τότε $\text{ΚΛ} \overset{//}{=} \dfrac{\text{ΒΓ}}{2} \Leftrightarrow \text{ΚΛ} \overset{//}{=} \text{ΒΜ}$

Άρα ΚΛΜΒ παραλληλόγραμμο

Γ2. Είναι ΚΛ//ΒΓ δηλαδή ΚΛ//ΔΜ

- Στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε: $\begin{cases} \text{Μ} & \text{μέσο} & \text{ΒΓ} \\ \text{Λ} & \text{μέσο} & \text{ΑΓ} \end{cases}$ άρα $\text{ΜΛ} = \dfrac{\text{ΑΒ}}{2}$ (1)

- $\begin{cases} \overset{\triangle}{\text{ΑΔΒ}} & \text{Ορθογώνιο} \\ \text{ΔΚ} & \text{Διάμεσος} \end{cases}$ άρα $\text{ΔΚ} = \dfrac{\text{ΑΒ}}{2}$ (2)

Από (1) και (2) ΜΛ=ΔΚ τότε ΚΛΜΔ ισοσκελές τραπέζιο

Γ3. Αν ΑΒ=ΒΓ τότε από (1) $\text{ΜΛ} = \dfrac{\text{ΒΓ}}{2} \Leftrightarrow \text{ΜΛ} = \text{ΒΜ}$

Το παραλληλόγραμμο ΒΚΛΜ έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες άρα Ρόμβος

Γ4. Από (2) είναι ΑΒ=2ΔΚ

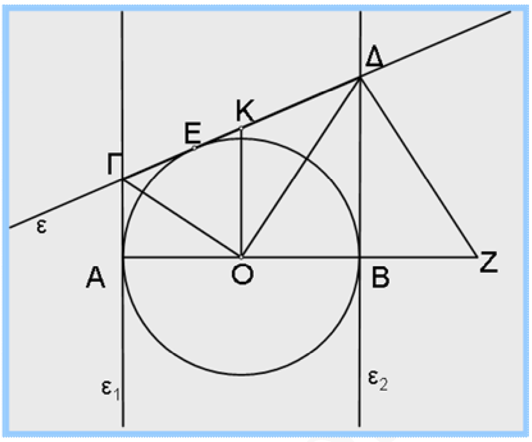
Τότε $\text{ΔΕ} = \dfrac{\text{ΑΒ}}{4} \Leftrightarrow \text{ΔΕ} = \dfrac{2\text{ΔΚ}}{4} \Leftrightarrow \text{ΔΕ} = \dfrac{\text{ΔΚ}}{2}$ άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΚ

είναι $\widehat{\text{ΒΚΔ}} = 30^0$. Όμως $\overset{\triangle}{\text{ΑΚΔ}}$ ισοσκελές :

$$\widehat{\text{ΒΚΔ}} = 2\widehat{\text{ΒΑΔ}} \Leftrightarrow \widehat{\text{ΒΑΔ}} = \frac{1}{2} \cdot 30^0 = 15^0$$

Θέμα Δ

Δ1.



$\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ άρα $\widehat{A\Gamma E} + \widehat{B\Delta E} = 180^0$ δηλαδή

$2\widehat{O\Gamma K} + 2\widehat{O\Delta K} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{O\Gamma K} + \widehat{O\Delta K} = 90^0$

Τότε στο τρίγωνο ΟΔΓ είναι $\widehat{\Gamma O\Delta} = 90^0$
Άρα ορθογώνιο

2^{ος} τρόπος:

ΟΓ= διχοτόμος $\widehat{AOE}$

ΟΔ= διχοτόμος $\widehat{BOE}$

Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες άρα

$\widehat{\Gamma O\Delta} = 90^0$ δηλαδή τι τρίγωνο ΓΟΔ ορθογώνιο

Δ2.

$\begin{cases} A\Gamma \perp AB \\ B\Delta \perp AB \end{cases}$ άρα $A\Gamma // B\Delta$ τότε ΑΓΔΒ τραπέζιο

ΟΚ διάμεσος άρα $OK = \dfrac{A\Gamma + B\Delta}{2}$ και $OK // \Delta B$ δηλαδή $OK \perp AB$

Δ3.

$\begin{cases} \overset{\Delta}{\Gamma O\Delta} \quad \text{Ορθογώνιο} \\ OK \quad \text{Διάμεσος} \end{cases}$ άρα $OK = \dfrac{\Gamma\Delta}{2} \Leftrightarrow OK = K\Delta = K\Gamma$

Άρα ο κύκλος (Κ,ΚΟ) διέρχεται από το Ο και από **Δ2** ΑΒ εφαπτομένη.

Δ4.

Στο τρίγωνο ΟΔΖ , $\Delta B \perp OZ$, ΔΒ ύψος . Επειδή ΟΒ=ΒΖ η ΔΒ είναι διάμεσος

Άρα το τρίγωνο ΟΔΖ είναι ισοσκελές και ΔΒ διχοτόμος τότε $\widehat{B\Delta Z} = \widehat{B\Delta O}$ (1)

Όμως $\widehat{K\Delta O} = \widehat{B\Delta O}$ (2)

Τότε $\widehat{E\Delta Z} = \widehat{E\Delta O} + \widehat{O\Delta B} + \widehat{B\Delta Z} \underset{(2)}{\overset{(1)}{=}} 3\widehat{B\Delta Z}$