

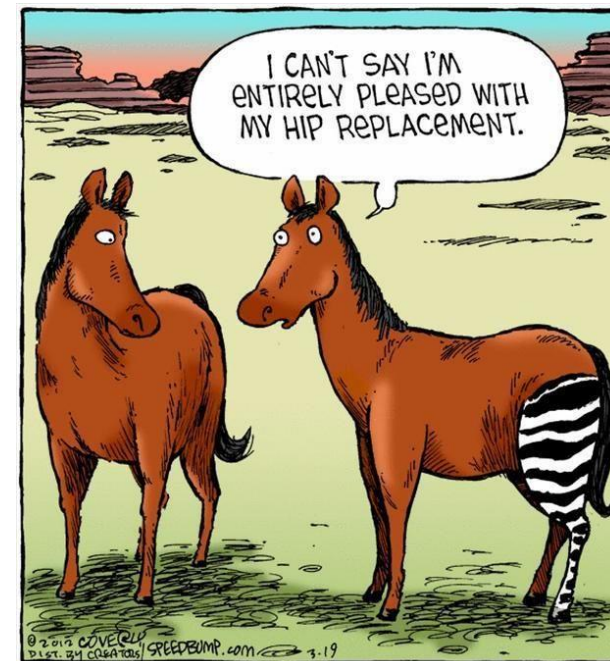
Összefüggések statisztikai elemzése

BBNPS01000

Készítette: Soltész-Várhelyi Klára

Statisztikai próbák feltételeinek ellenőrzése

A két orvosi ló



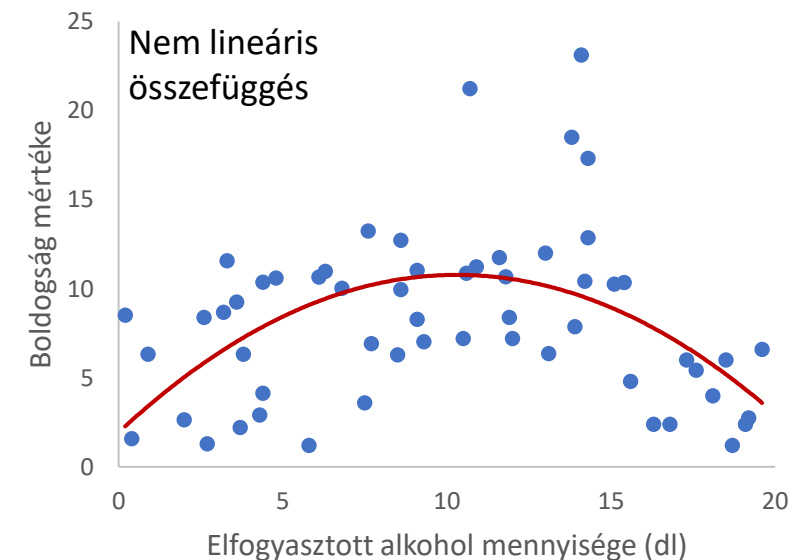
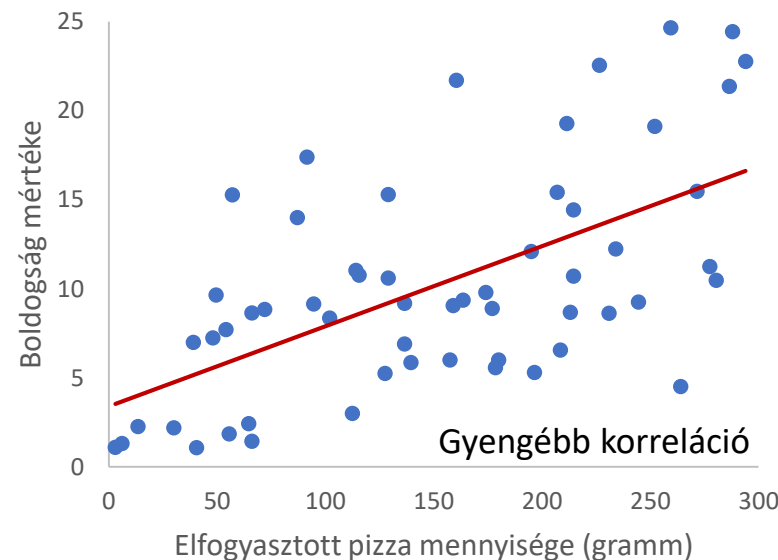
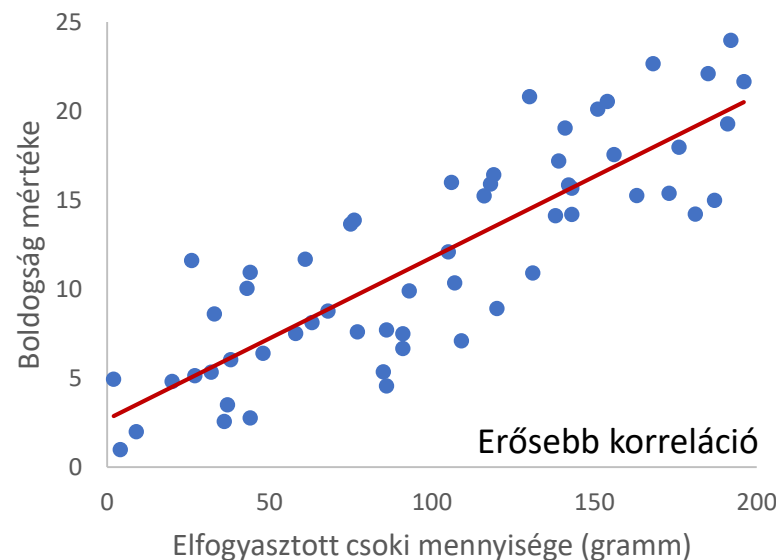
Hipotézisek – próbák - feltételek

- A kutatásokat azért végzünk, mert kérdéseink vannak. Például kíváncsiak lehetünk arra, különbözik-e férfiak és nők szorongása egymástól.
- A kérdések mentén hipotéziseket fogalmazunk meg, például: Férfiak és nők különböznek a szorongás tekintetében.
- Egy hipotézis tesztelésére több statisztikai próba is alkalmas lehet:
 - Például az előző kérdés vizsgálható független mintás t-próbával, Mann-Whitney tesztel, Wilcoxon rangösszeg tesztel, Moses extreme reaction tesztel, Wald-Wolfowitz run tesztel, stb.
- A lehetséges próbák közül néhány alkalmasabb az adott hipotézis tesztelésére, mint a többi, mert
 - amit a próba tesztel, jobban illeszkedik a kutatási kérdéshez
 - Például ehhez a hipotézishez jobban illik a t-próba és a Mann-Whitney teszt, melyek a középvértékek között keresnek különbséget, mint a Moses Extreme reaction teszt, mely a szórásokban keres különbséget.
 - érzékenyebb teszt, mint a másik
 - Például a t-próba érzékenyebb, mint a Mann-Whitney próba, míg a t-próba egy úgynevezett parametrikus próba, a Mann-Whitney próba nem az (erről később)
- Minden próbának feltételei vannak, és egy próba csak akkor végezhető el, ha a feltételei teljesülnek. Hiába lenne egy hipotézis ellenőrzésére jobb az egyik próba, mint a másik, ha nem teljesül minden feltétele, akkor másik próbát kell választani.

- Minden próbának feltételei vannak, és egy próba csak akkor végezhető el, ha a feltételei teljesülnek. Ha nem teljesül egy próba minden feltétele, akkor másik próbát kell választani.
- A következő diáorban ezekről a feltételekről, és ellenőrzésükről fogunk tanulni.
- A baj csak az, hogy még nem tanultunk egyetlen próbát sem, így nincs a feltételeket mihez kötni. Ezért nagyvonalakban megismerkedünk a mostani és következő félév legnagyobb két próbájával, a Pearson korrelációval és a független mintás t-próbával, és ezen próbák feltételein keresztül tanuljuk meg, hogyan kell a statisztikai próbák feltételeit ellenőrizni. A próbákat részletesen ez és a következő félév során tanulni fogjuk.

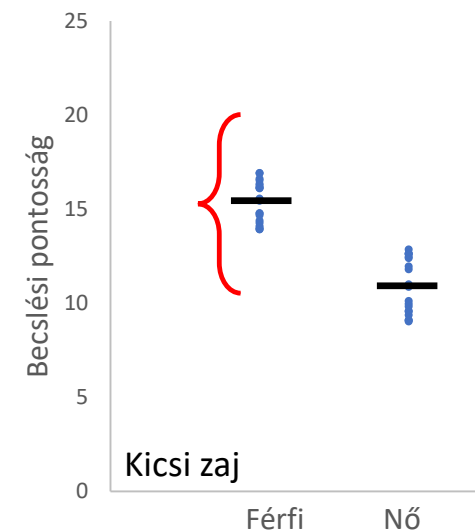
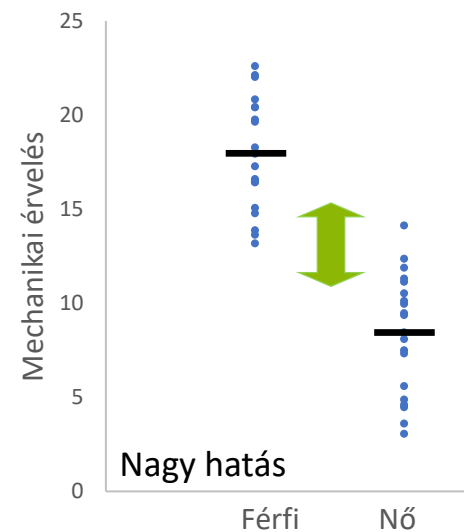
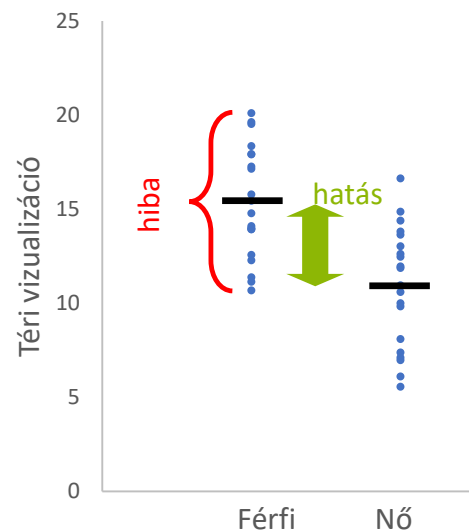
Röviden a Pearson korrelációról

- Két folytonos változó közötti lineáris együttjárást vizsgálja.
 - Például az elfogyasztott csoki mennyisége és a boldogság között pozitív kapcsolat található, mert ha nő az elfogyasztott csoki mennyisége, azzal együtt nő a boldogság is.
- Működése konyhanyelven:
 - A két változó közötti kapcsolatot egy egyenessel próbálja modellezni. Annál erősebb korrelációt jelez,
 - minél jobban leírja a modell a pontokat, azaz
 - minél közelebb helyezkednek el a pontok az egyeneshez, azaz
 - minél kisebb a modell pontatlansága, azaz
 - minél pontosabban be lehet jósolni az egyik változóból a másik változó értékét.
- Csak lineáris összefüggések vizsgálatára alkalmas



Röviden a független mintás t-próbáról

- Két csoport eltérését vizsgálja valamely tulajdonság mentén
 - Például férfiak és nők különböznek a téri vizualizáció képességében, a férfiak ügyesebbek e területen.
- Működése konyhanyelven:
 - A két csoportot a két mintaátlag reprezentálja.
 - Kiszámolja, mekkora a hatás (a két csoport átlaga közötti különbség) és mekkora a zaj (a csoportokon belüli változatosság).
 - A t-próba annál jelentősebb eltérést fog a két csoport között jelezni,
 - minél nagyobb a különbség a csoportok átlaga között és/vagy minél kisebb a különbség az egyedek között a csoportokon belül, azaz
 - minél jobb a hatás/zaj arány.



független megfigyelések
függetlenség
független minták
független hibák
skála típusú adatok
monotonitás
dichotomitás
ferdeség
ordinális adatok
korreláltság
kovarianciák homogenitása
nominális adatok
korrellálatlanság
folytonosság
linearitás
normalitás
kollinearitás
multikollinearitás
unimodalitás
szfericitás
kurtózis
szóráshomogenitás
összefüggő minták
random mintavételezés

Feltételek ellenőrzése

Parametrikus adatok

- Minden tesztnek, amit végzünk vannak feltételei. A feltételek közül öt nagyon sok tesztnél előfordul, ezért ezeket külön vesszük.
- **Parametrikusság négy feltétele**
 - Parametrikus tesztek megkívánják, hogy az adatok parametrikusak legyenek, tehát az alábbi négy feltételt kielégítsék.
 - **Függetlenség**
 - **Legalább intervallumskála típusú adatok**
 - **Normál eloszlás**
 - **Szóráshomogenitás**
- **Linearitás**
- **Összefoglaló flowchart: [adatfeldolgozas_flowchart.pdf](#)**

Kialakítani kell

Ellenőrizni kell

Milyen mintán ellenőrizzük a feltételeket?

- A feltétel-ellenőrzést nem l'art pour l'art végezzük, hanem mindig egy adott statisztikai teszthez kötötten – így fontos, hogy azokon az adatokon végezzük el a feltételtesztelést, amin majd a teszt is dolgozik.
- Például teszteljük a WBI normalitását!
 - H1 esetén a tesztelést mind az 50 főn kell végezni, mert mindenkinek megvan mindkét adata, azaz mindenki részt vesz az elemzésben
 - H2 esetén nincs mindenkinek nagykör értéke, így az elemzésben sem vesz mindenki részt. A WBI normalitását csak azok körében kell végezni, akiknek mind a két adata megvan.
- Helytelen gyakorlat, hogy a műhelymunka „Eredmények” részének első fejezete egy általános feltételellenőrzés, és csak ezt követik a hipotézisek. Minden egyes hipotézis megválaszolására végzett statisztikai próba előtt feltételellenőrzés kell álljon!

H1: Összefüggés van a WBI és a szűk kapcsolati kör mérete között

wbi	kiskor	nagykör
6	2	75
13	8	45
7	6	829
9	1	-
11	3	346
10	4	421
10	2	244
6	2	-
9	2	432
9	5	447
9	8	222
11	3	-
12	4	420
10	3	123
6	6	748
9	0	102
8	7	463
7	1	-
7	2	-
5	0	103
10	3	-
11	8	1217
10	5	721
10	3	123
11	5	-
10	3	-
10	4	756

H2: Összefüggés van a WBI és a tág kapcsolati kör mérete között

wbi	kiskor	nagykör
6	2	75
13	8	45
7	6	829
9	1	-
11	3	346
10	4	421
10	2	244
6	2	-
9	2	432
9	5	447
9	8	222
11	3	-
12	4	420
10	3	123
6	6	748
9	0	102
8	7	463
7	1	-
7	2	-
5	0	103
10	3	-
11	8	1217
10	5	721
10	3	123
11	5	-
10	3	-
10	4	756

Hipotézis: Pozitív összefüggés van a pszichológiai jól-lét és a szűk kapcsolati kör mérete között.

Feltételek ellenőrzése korrelációs vizsgálatnál:

függetlenség

skála típusú változók

normalitás

szóráshomogenitás

linearitás



Első hipotézis

- *Hipotézis: Pozitív összefüggés van a pszichológiai jól-lét és a szűk kapcsolati kör mérete között.*
 - A hipotézist Pearson korrelációval szeretnénk ellenőrizni.
 - A Pearson korrelációnak öt feltétele van (hogymelyik próbának mi a feltétele, azt mindig az adott próba megismerése során fogjuk megtanulni).

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		
Skála típusú változók		
Normalitás		
Szóráshomogenitás		
Linearitás		

- Minek a **függetlensége** a parametrikusság feltétele?
 - **Válaszadók (mérések, azaz sorok) függetlenségét feltételezzük.**
- Miért szükséges a függetlenség teljesülése?
 - A nagy számok törvénye (melyre a próbák építenek) független megfigyelések esetén működik.
- Példa a sérülésére:
 - Tanulással töltött idő és tanulmányi eredmény összefüggésének vizsgálata – de az évfolyamban tanulócsoporthok vannak – egy-egy csoporton belül, mivel együtt tanulnak, hasonló lesz a tanulással töltött idő, és mivel ugyanazokat a példákat nézik át, ugyanazt értik meg jobban/kevésbé, ezért hasonló lesz az eredmény is. A tanulócsoporthok tagja nem lesznek függetlenek egymástól.
 - Reakcióidő mérésben egy ember válaszainak összevonása helyett az összes mérés egymás alá téve. Az egy személytől származó adatok nem függetlenek egymástól.
 - Két részvény mozgásának összefüggés-vizsgálatához a tőzsdei árfolyam monitorozása egy éven keresztül. Egy napi árfolyam nem független a megelőző napoktól (ez az ún. szeriális korreláció)
- Ne zavarjon össze, későbbiekben más függetlenségi feltételek is lesznek (pl. ANOVA feltétele a csoportok függetlensége is)

- Teljesül a függetlenség a két vizsgált változónál?
 - A kitöltők nem ismerik egymást, így nem egymásnak barátai, a szűk kapcsolati körük mérete tekintetében egymástól függetlenek. Illetve nem befolyásolják egymás pszichológiai jól-létét, így ebből a szempontból is függetlenek.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók		
Normalitás		
Szóráshomogenitás		
Linearitás		

Skála típusú adatok

- A parametrikus tesztek **legalább intervallum skála típusú (függő) változó(ko)n** működnek
 - **Intervallum skála típusú** - az elemek sorba rendezhetőek, az elemek közötti különbség is kifejezhető, lehet arányokat számítani, de nincs természetes nulla pont.
 - **Arány skála típusú** – az értékek nagyság szerint sorba rendezhetőek, az elemek közötti különbség kifejezhető, lehet arányokat számítani, és van természetes nulla pont.
 - **Skála típusú** – A legtöbb statisztikai elemzés során nem használjuk ki a természetes nulla pont előnyeit, ezért az az intervallum és arány skálát sokszor egységesen, skála típusként kezeljük
 - Együtt kezeljük őket, de azért okozhatnak különbséget a statisztikáinkban, BA alatt tanult próbákban ilyen nem jön elő, MA alatt tanult regresszióban látható rá példa)
 - **Legalább intervallum szintű** – a skála típusú változókra szoktunk így hivatkozni, legalább intervallum szintű, tehát vagy intervallum skála típusú vagy arányskála típusú.
 - **Folytonos** – tehát minden ponton értelmezhető (legalább egy intervallumon belül), például az 1 és 2 cm között van 0,5cm, de 0,25 vagy 0,22453cm is, a skála tetszőleges finomsággal felbontható. Bár ez így rendkívül pontatlan, és a két fogalom nem azonos, sokszor a skála típusú változókra utalunk a folytonos változó elnevezéssel.

Skála típusú adatok

- Néhány kivétel:
 - **Kvázi intervallum típusú** – a változó szigorú értelemben véve ordinálisnak tekintendő, de bizonyos tulajdonságai miatt olyan próbákban is használható, melyek feltétele a legalább intervallum szintű változó.
 - **Intelligencia** – az IQ számolásából adódóan csak ordinális változónak tekinthető, de az elemzések során kvázi intervallum skála típusúnak tekintjük.
 - **Likert-skála** – Statisztikailag a Likert-skála egy iteme ordinálisnak tekintendő, de sok esetben kvázi intervallum típusúnak tekintjük, és az itemekből számolt skálákkal már, mint skála típusú változóval szoktunk számolni.
- **Dummy változó** – megoldás arra, hogy miként lehetne kategoriális változókat betenni olyan elemzésbe, melybe eredetileg csak skála típusúak kerülhettek.



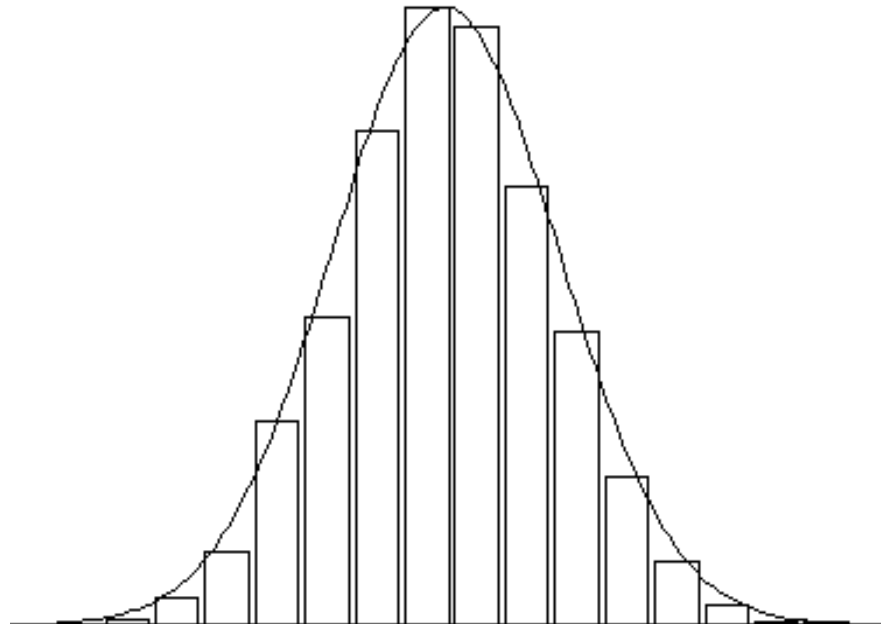
- Tegyük fel, hogy van egy nemzetiség változónk angol, német, francia kategóriákkal, és szeretnénk ezt a regresszióba betenni. Készítsünk egy darab nemzetiség változóból két dummy változót: (1) angolság, ahol 1, ha angol, és 0, ha nem angol, vagyis német vagy francia (2) némettség, ahol 1, ha német, és 0, ha nem német, vagyis angol vagy francia. A harmadikra dummyra, a franciaságra nincs szükség, hiszen egyértelműen adódik, ha a némettség és angolság is nulla, akkor franciáról van szó. Az így kapott két dummy változó már dichotóm, tehát betehető a regressziós elemzésbe.

- Teljesül a skála típus feltétele a két vizsgált változónál?
 - A szűk kapcsolati kör mérete arányskála típusú változó, hiszen akinek hat barátja van, annak kétszer annyi barátja van, mint akinek három. A Pszichológiai jól-lét egy Likert-skálás kérdőívből számolt skála változó.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók	✓	✓
Normalitás		
Szóráshomogenitás		
Linearitás		

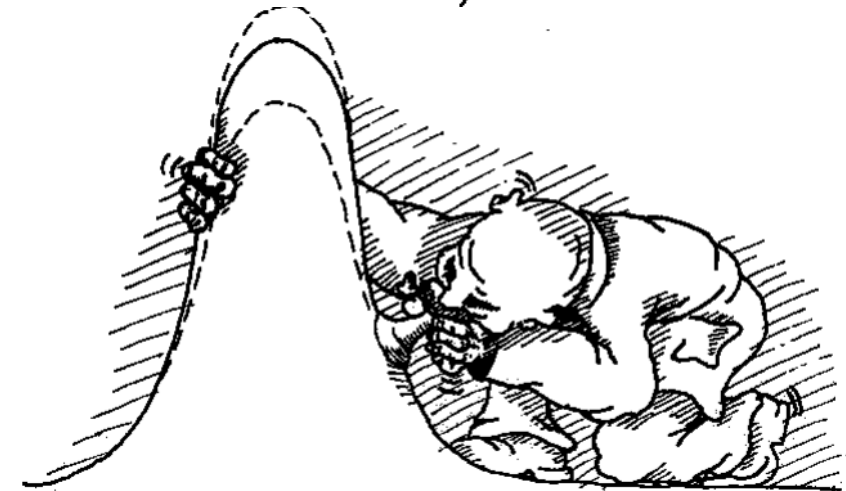
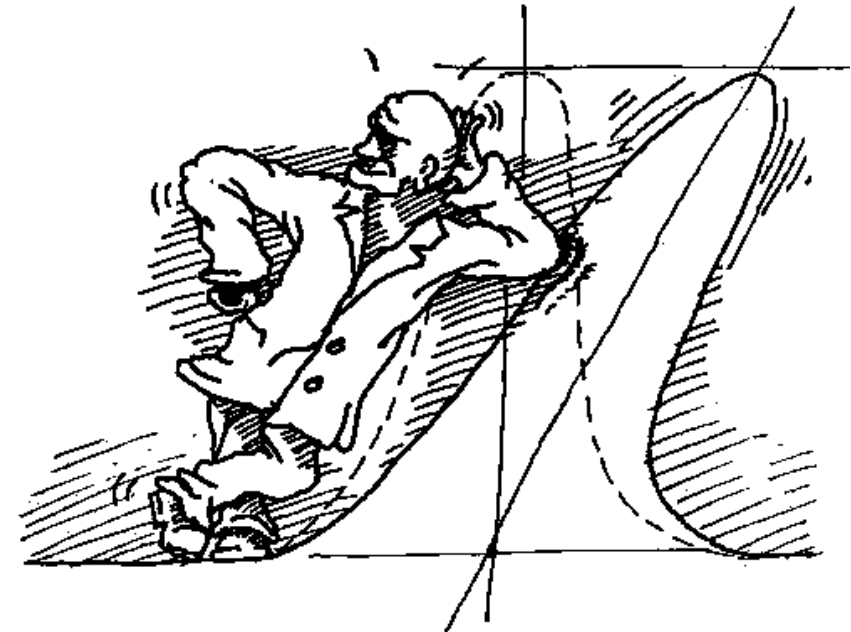
Emlékeztető a normál eloszlásról

- **Normál** vagy **Z** vagy **Gauss-eloszlás**
 - **Folytonos** változók eloszlásának leírására alkalmas, **Haranggörbe** alakú, **Unimodális**, **Szimmetrikus** az átlag körül, és bár értéke az egész számegyenesen nézve soha nem csökken nullára, három szórás távolságra gyakorlatilag annak tekinthető



Emlékeztető a normál eloszlásról

- Két fontos eltérés
 - Ferdeség (skewness) és csúcsosság (kurtosis)
- **Ferdeség:**
 - A normál eloszlás ferdesége 0 (szimmetrikus)
 - Pozitív ferdeség: az az eloszlásgörbe pozitív irányba nyúlik el
 - Negatív ferdeség: az eloszlásgörbe negatív irányba nyúlik el
 - Értéke az egész számegyenesen értelmezett, de ± 3 -at ritkán haladja meg
- **Csúcsosság:**
 - A normál eloszlás csúcsossága 0
 - Pozitív csúcsosság: az az eloszlásgörbe csúcsos
 - Negatív csúcsosság: az eloszlásgörbe lapos
 - Értéke az egész számegyenesen értelmezett, de ± 3 -at ritkán haladja meg

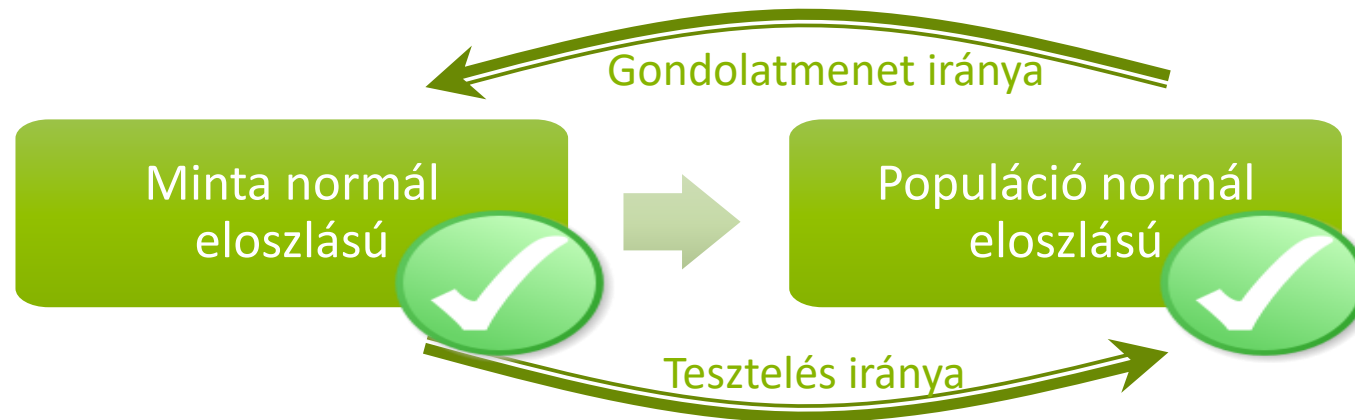


Normalitás feltételének ellenőrzése

- Grafikusan **hisztogram**ot megnézve
- Statisztikailag
 - három **elégséges** feltétele van a normalitásnak, **BÁRMELYIK teljesül a három közül, a normalitás feltételét teljesültnek tekinthetem.** (mivel a használatukhoz szükséges munka tekintetében $A < B < C$, érdemes ebben a sorrendben megpróbálni őket)
 - A) **Shapiro-Wilk** vagy **Kolmogorov-Smirnov teszt**
 - Ellenőrzi, hogy a mintánk eloszlása szignifikánsan különbözik-e egy előre meghatározott eloszlástól (a mi esetünkben a normál eloszlástól)
 - A szignifikáns eredmény jelentése, hogy a minta eloszlása szignifikánsan különbözik a normál eloszlástól, tehát a normalitás feltétele nem teljesül
 - B) **z-tesztek**
 - Mintánként 15 fő felett, ha a minta outlierek nélküli, eloszlása unimodális, ferdesége és csúcsossága nem tér el szignifikánsan a normál eloszlás esetén várhatótól, a feltételezhetjük a normalitás feltételének teljesülését
 - C) **Robusztussági** körülmények vizsgálata
 - Ha egy próba robusztus egy feltételre, az azt jelenti, hogy az adott próba nem érzékeny a feltétel sérülésére. Ahhoz, hogy egy próba robusztus legyen egy feltételére, bizonyos körülményeknek teljesülnie kell.
 - Nem minden tanult próbánál vannak ilyen körülmények (például a Pearson korrelációnál nem tanulunk ilyet), de ha vannak az, azt adott próbánál említeni fogjuk.

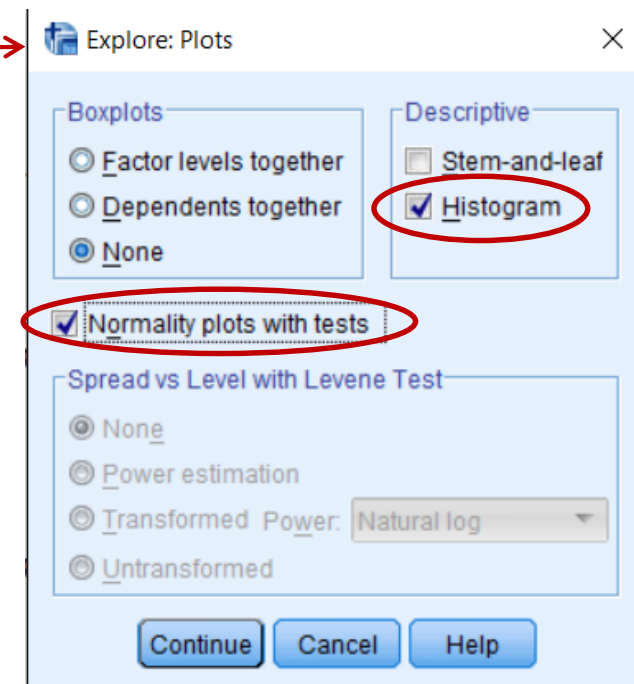
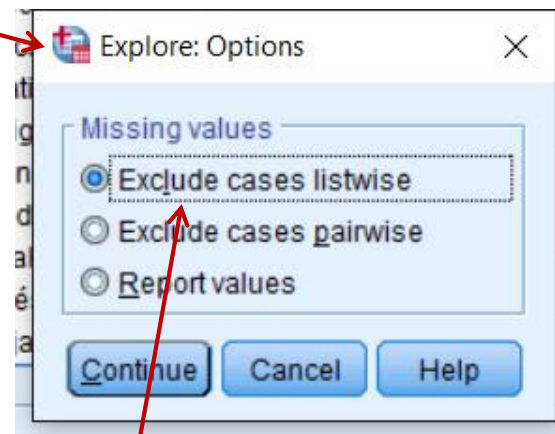
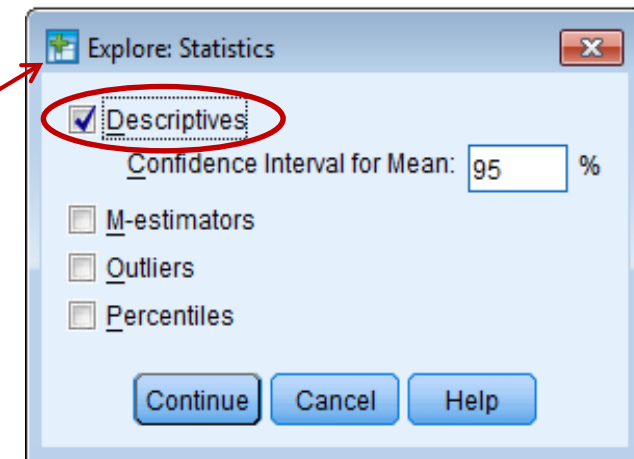
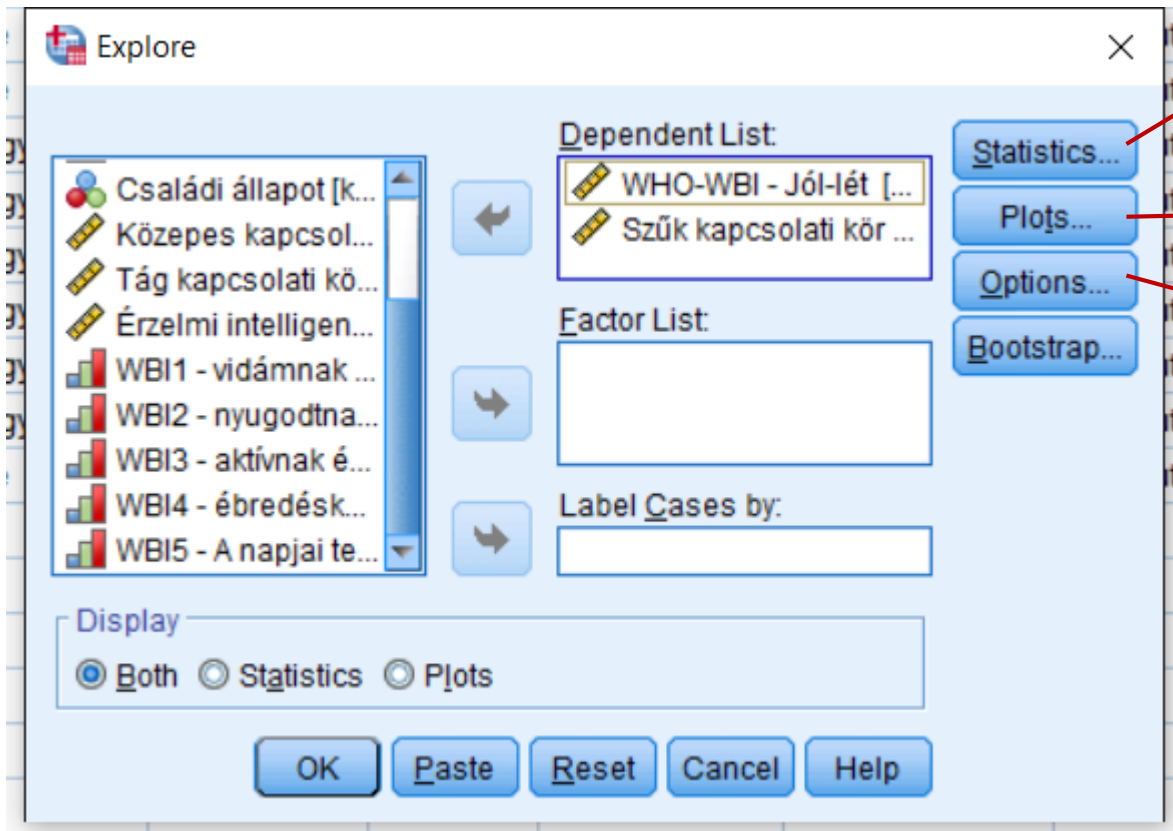
Normalitás tesztelése a mintán

- A minta normál eloszlása
 - önmagában **nem feltétel**, de tesztelhető, hogy a minta eloszlása szignifikánsan eltér-e a normál eloszlástól.
 - Ha nem tér el a minta szignifikánsan a normál eloszlástól, akkor feltételezhető, hogy a populáció sem tér el jelentősen tőle



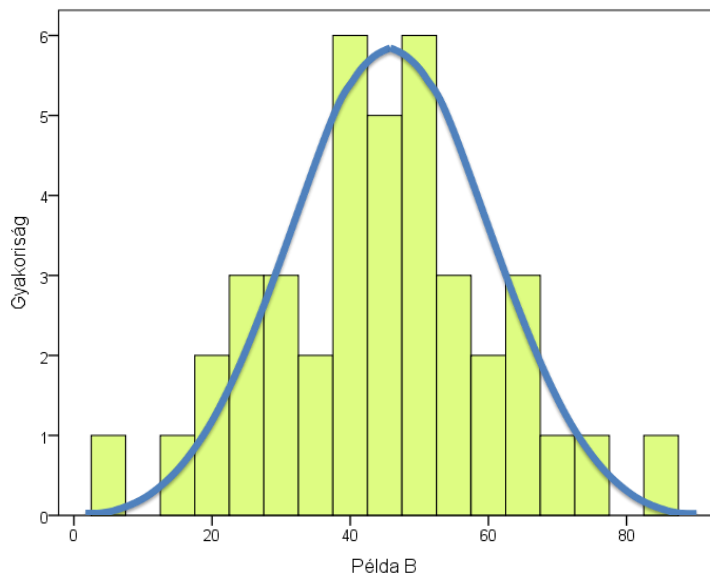
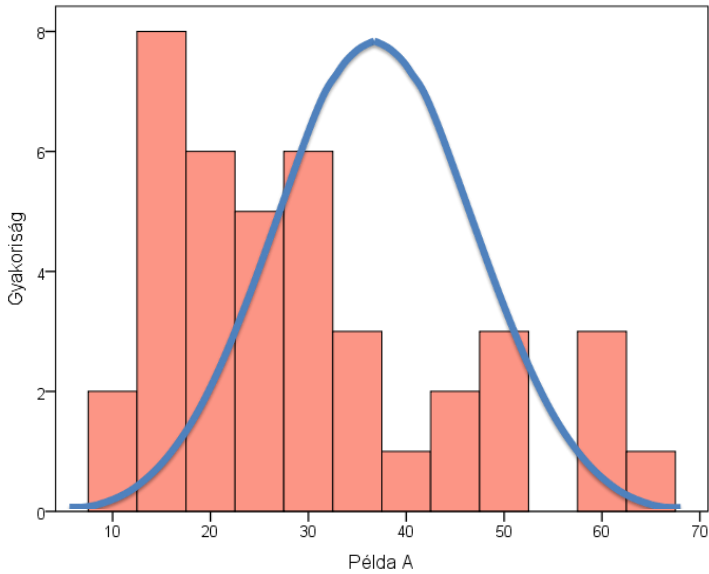
Shapiro-Wilk teszt

- **A) Shapiro-Wilk** (vagy Kolmogorov-Smirnov teszt)
 - K-S teszt kevésbé jó, de ismertebb, és lassan „megy ki a divatból”
 - Mindkét teszt azt adja meg, hogy a változó eloszlása szignifikánsan eltér-e a normálistól
 - Analyze / Descriptive Statistics / Explore



Olvasd el a hiányzó értékekről szóló részt is!

A S-W és K-S próba azt teszteli, hogy van-e szignifikáns különbség a mi eloszlásunk és a normáeloszlás között, így ha szignifikáns, az azt jelenti, hogy az adataink eloszlása szignifikánsan eltér a normál eloszlástól, azaz nem feltételezhetjük a normál eloszlást. Nézzünk meg a gondolatmenetet:

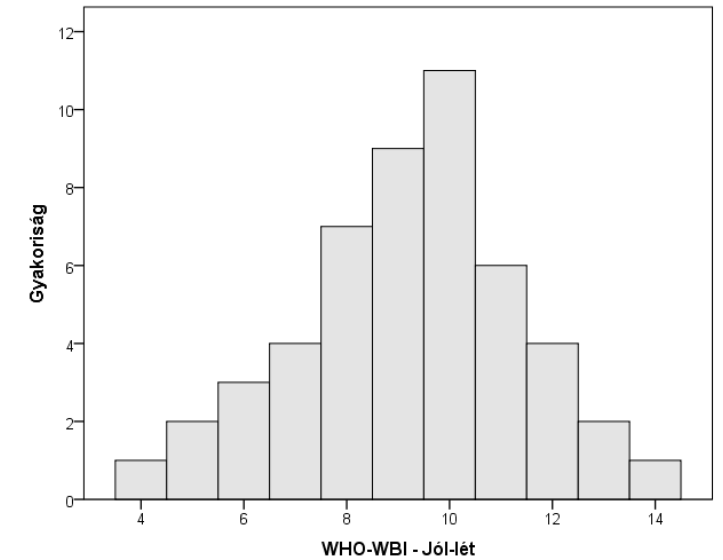


Shapiro-Wilk			
	Statistic	df	Sig.
Példa A	,916	40	,006
Példa B	,987	40	,907



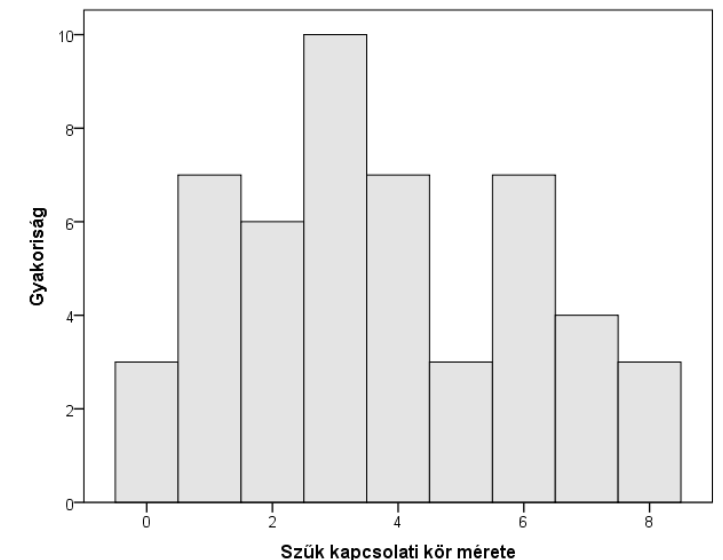
Shapiro-Wilk teszt a gyakorlatban

- A WHO-WBI esetén a S-W teszt **nem szignifikáns**, azaz nincs szignifikáns eltérés a normál eloszlástól, tehát **feltételezhető a normalitás**.
- A szűk kapcsolati kör mérete esetén a S-W teszt **szignifikáns**, azaz, szignifikánsan eltér a normál eloszlástól, tehát **NEM feltételezhető a normalitás** a S-W teszt alapján.
 - Emlékezz: ez még nem baj, hiszen a normalitás-feltételeket vizsgáló módszerek közül elég egy alapján teljesülnie a feltételnek.



Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
WHO-WBI - Jól-lét	,120	50	,070	,977	50	,428
Szűk kapcsolati kör mérete	,144	50	,012	,947	50	,025

a. Lilliefors Significance Correction



Publikálása:

Shapiro-Wilk: $W([\text{szabadságfok}]) = [\text{W-érték}] \ p = [\text{p-érték}]$

Kolmogorov-Smirnov: $D([\text{szabadságfok}]) = [\text{D-érték}] \ p = [\text{p-érték}]$

A normalitás feltételének teszteléséhez Ghasemi és Zahedi-Asl (2012) útmutatását követve az ismertebb Lilliefors korrigált Kolmogorov-Smirnov teszt helyett Shapiro-Wilk normalitás tesztet használtam.

A teszt alapján a WHO-WBI skála nem tér el szignifikánsan a normál eloszlástól $W(50) = .977 \ p = .428$.

A szűk kapcsolati kör mérete változó szignifikánsan különbözik a normál eloszlástól: $W(50) = .947 \ p = .025$

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
WHO-WBI - Jól-lét	,120	50	,070	,977	50	,428
Szűk kapcsolati kör mérete	,144	50	,012	,947	50	,025

a. Lilliefors Significance Correction

Hivatkozások:

Ghasemi, A., & Zahedi-Asl, S. (2012). Normality tests for statistical analysis: a guide for non-statisticians. International journal of endocrinology and metabolism, 10(2), 486.

Thode, H. C. (2002). Testing for normality (Vol. 164). CRC press.

Steinskog, D. J., Tjøstheim, D. B., & Kvamstø, N. G. (2007). A cautionary note on the use of the Kolmogorov-Smirnov test for normality. Monthly Weather Review, 135(3), 1151-1157.

- Hivatkozhatunk a S-W tesztre a normalitás tesztelése során a két vizsgált változónál?
 - A S-W teszt a WBI esetén nem szignifikáns, ott igen, a szűk kapcsolati kör esetén azonban szignifikáns eltérést mutat a normál eloszlástól.

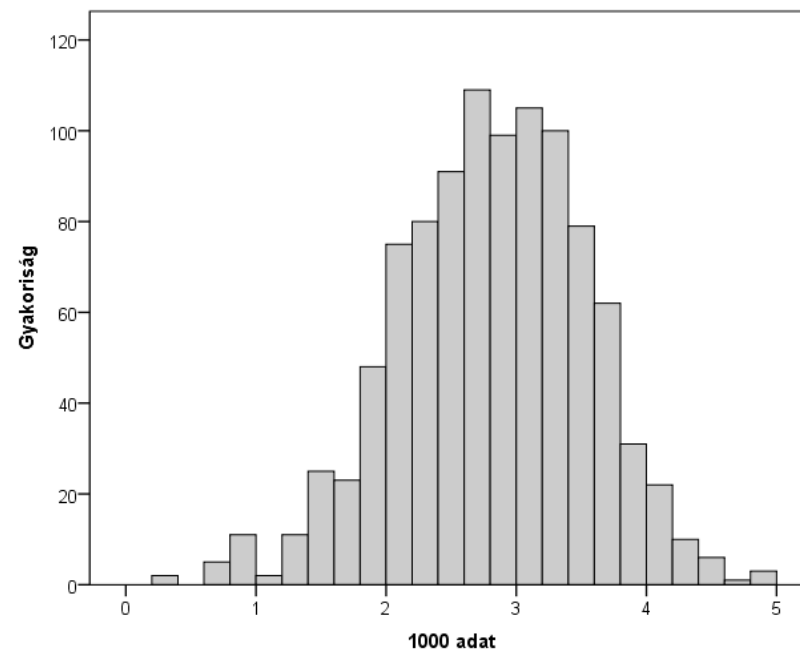
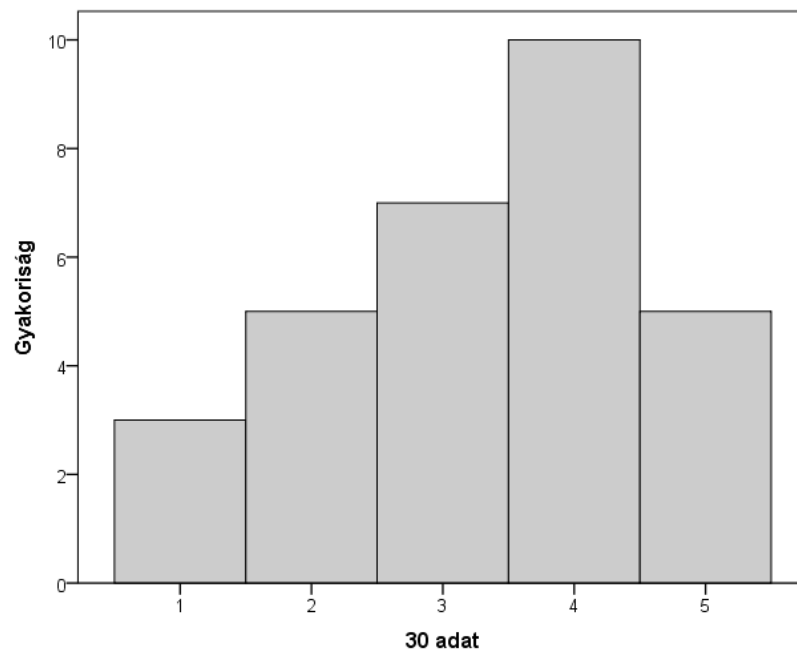
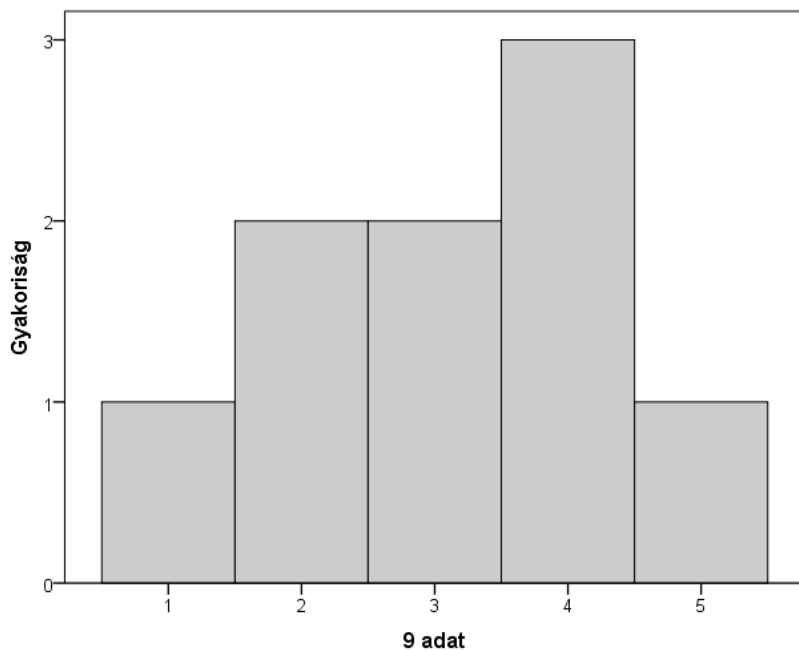
		Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		✓	✓
Skála típusú változók		✓	✓
Normalitás	S-W	(✓)	(x)
	Z		
	Robosztus		
Szóráshomogenitás			
Linearitás			



Shapiro-Wilk teszt és a nagy minták

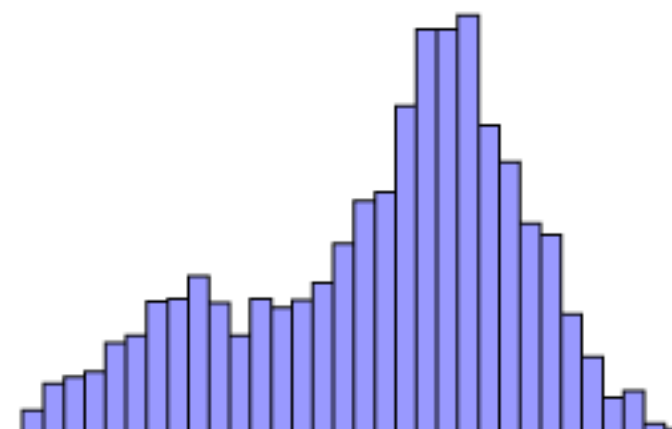
Nagy mintákon a S-W (és K-S) teszt akkor is szignifikáns lehet, ha a hisztogramon szinte tökéletes haranggörbe alakot látunk.

- Mint minden hipotézis tesztelés, a Shapiro-Wilk teszt is érzékeny az elemszáma. Minél nagyobb az elemszám, annál kisebb normalitástól való eltérés is szignifikáns, hiszen minél nagyobb az elemszám, annál biztosabban lehetünk abban, hogy a populációban is ott az eltérés a normál eloszláshoz képest.



- Ezért **nagy mintákon a S-W tesztet eredményét fenntartással kell kezelni**, mert „túl érzékeny”, azaz a normál eloszlástól való kis mértékű, statisztikai elemzést nem zavaró eltérést is szignifikánsan jelezheti (hiszen valószínű, hogy ez az eltérés a populációban is jelen van)

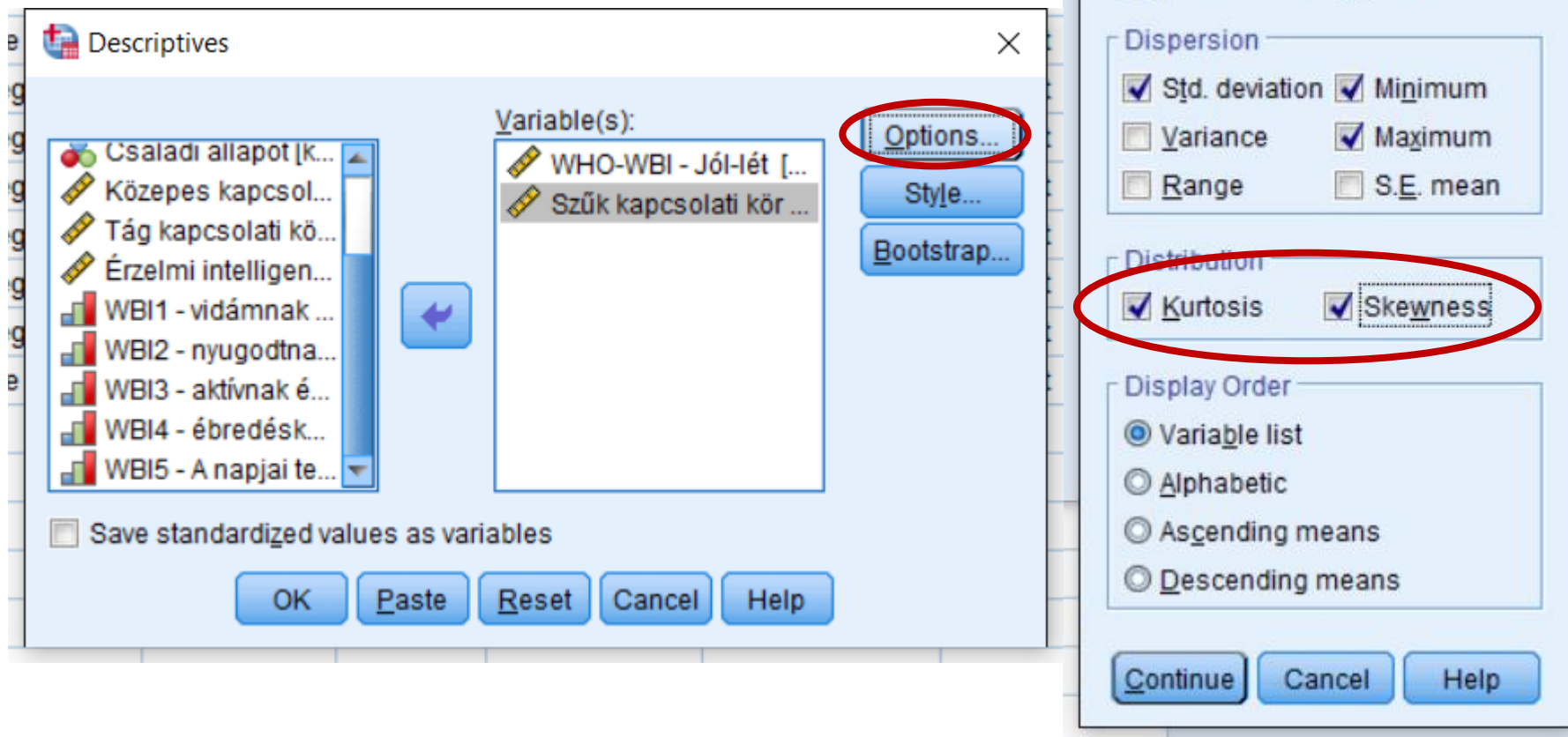
- Mi van, ha a S-W teszt szignifikáns eltérést mutat a normál eloszlástól?
 - Vizsgáld meg közelebbről, mi a baj! Kérj ki hisztogramot, elemezd részletesebben a problémát!
 - Mi okozhat problémát?
 - A minta eloszlása túl ferde
 - A minta eloszlása túl csúcsos/lapos
 - A minta eloszlásának több csúcsa van
 - A mintában outlierok vannak
 - Ha ezeket leellenőrizted, és egyik sem jellemző a minta eloszlására, akkor dönthetsz úgy, hogy a normalitás feltételét teljesültnek tekinted, az alábbi Z-tesztek segítségével:
- **B) Z-tesztek**
 - **Ha 15 adatnál több van, az eloszlásgörbe legfeljebb csak enyhén ferde, enyhén csúcsos, unimodális (egy csúcsa van), outlierok nélküli, akkor feltételezhetjük a normalitás feltételének teljesülését.**



Példa NEM unimodális eloszlásra

Ferdeség és csúcsosság ellenőrzése

- A normálgörbe ferdesége és csúcsossága 0.
 - Z-tesztekkel ellenőrizhetjük, hogy a mintánk ferdesége és csúcsossága szignifikánsan eltér-e a 0-tól.
- Hogy kérjük ki a ferdeségi és csúcsossági értékeket?
 - Analyze / Descriptive Statistics / Explore vagy
 - Analyze / Descriptive Statistics / Descriptives



Z-értékek számolása ferdeség és csúcsossághoz

Descriptive Statistics									
	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
WHO-WBI - Jól-lét	50	4	14	9,22	2,179	-,220	,337	-,075	,662
Szűk kapcsolati kör mérete	50	0	8	3,72	2,286	,242	,337	-,930	,662
Valid N (listwise)	50								

- A Z-értéket úgy kapod, hogy a leíró statisztikában látható ferdeség illetve csúcsosság statisztikai értékét elosztod a hozzá tartozó standard errorral.

$$Z_{skew} = \frac{S}{SE_{skew}}$$

$$\text{WHO-WBI: } \frac{-0,220}{0,337} = -0,653$$

$$\text{KISKOR: } \frac{0,242}{0,337} = 0,718$$

$$Z_{kurt} = \frac{K}{SE_{kurt}}$$

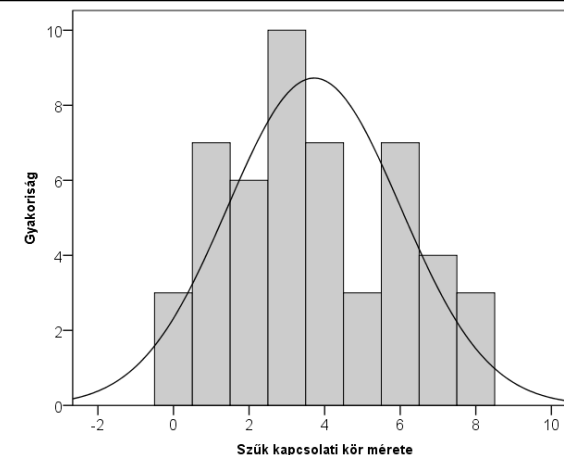
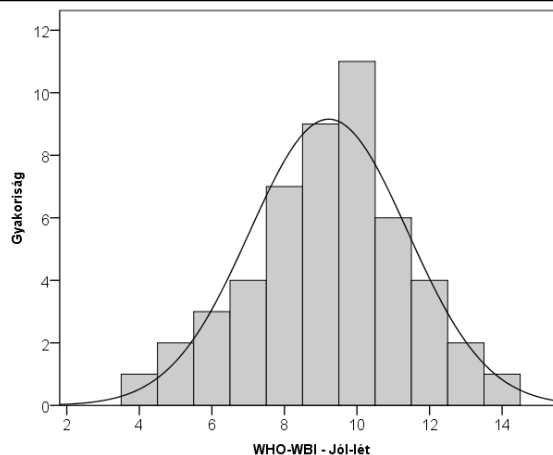
$$\text{WHO-WBI: } \frac{-0,075}{0,662} = -0,113$$

$$\text{KISKOR: } \frac{-0,930}{0,662} = -1,405$$

- Ha $|z_{skew}| > 1,96$, akkor a mintaeloszlás ferdesége szignifikánsan eltér a normálistól
- Ha $|z_{kurt}| > 1,96$, akkor a mintaeloszlás csúcsossága szignifikánsan eltér a normálistól

- Teljesül-e a két változónál a normalitás a Z-tesztek alapján:

A normalitást feltételét teljesültnek tekinthetjük, ha	✓ WHO-WBI	✓ Szűk kapcsolati kör
15 adatnál több van,	✓ - 50 embernek van meg mindkét adata.	✓ - 50 embernek van meg mindkét adata.
az eloszlásgörbe legfeljebb csak enyhén ferde,	✓ - A kiszámolt Z-érték: $-0,653$, ami a $\pm 1,96$ -os határon belül helyezkedik el, tehát a minta eloszlásának ferdesége nem tér el szignifikánsan a normál eloszlás 0 ferdeségétől. A minta eloszlásának ferdesége nem jelentős.	✓ - A kiszámolt Z-érték: $0,718$. Ez sem szignifikáns eltérés a normál eloszlás esetén várttól.
legfeljebb csak enyhén csúcsos,	✓ - A kiszámolt Z-érték: $-0,113$, nem szignifikáns, azaz enyhének tekinthető a (jelen esetben) laposság.	✓ - A kiszámolt Z-érték: $-1,405$. Nem szignifikáns az eltérés a normál eloszlásnál várt csúcsosságtól.
unimodális (egy csúcsa van),	✓ - Ez az eloszlás gyönyörű.	✓ - az unimodalitás főleg kis elemszámnál elég enyhe kritérium, hiszen az itt látható „lyuk” is három ember „hiányából” adódik.
outlierek nélküli.	✓ - elvégeztük az adattisztítást.	✓ - elvégeztük az adattisztítást.



- Hivatkozhatunk a Z-tesztekre a normalitás tesztelése során a két vizsgált változónál?
 - Van legalább 15 fő, akinek megvan mind a két adata, a ferdeség és csúcsosság tesztek nem szignifikánsak, a hisztogram alapján nincs okunk feltételezni, hogy nem unimodálisak az eloszlások, az outliereket szűrtük.

		Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		✓	✓
Skála típusú változók		✓	✓
Normalitás	S-W	(✓)	(x)
	Z	(✓)	(✓)
	Robusztus		
Szóráshomogenitás			
Linearitás			

- Mi van, ha a S-W teszt és a Z-tesztek szignifikáns eltérést mutat a normál eloszlástól?
 - Vizsgáld meg közelebbről, mi a baj! Vannak könnyen észrevehető problémák, melyeken segíteni lehet, például outlierszűréssel. Ha nem tudod a problémát orvosolni, akkor sincsen feltétlenül baj, mert vannak olyan körülmények, amikor egy-egy feltételtől el lehet tekinteni.
- **C) Robusztussági** körülmények vizsgálata
 - Az előbb tanultuk meg, hogy a Pearson korrelációnak feltétele a normalitás, és csak akkor végezhető el a próba, ha teljesül e feltétel, mert ha sérül, akkor az eredmények pontatlanok, félrevezetőek lehetnek (a pontatlanság vezethet akár az első-, akár a másodfajú hiba megnövekedéséhez is, azaz előfordulhat, hogy szignifikáns eredményt kapunk ott is, ahol nem kéne, vagy ott sem, ahol igen).
 - Néha azonban, ha „szerencsésen állnak együtt a csillagok”, a Pearson korreláció nem lesz érzékeny a normalitás sérülésére, azaz robusztus lesz a feltételre. Hogy mik ezek a körülmények, azt az elszánt statisztikusok egyfajta szisztematikus próbálgatással, az úgy nevezett Monte Carlo szimulációs módszerrel keresik meg.
 - Példa: Egyes statisztikusok azt találták, hogy ha az elemszám eléri a 40 főt, és a szóráshomogenitás feltétele teljesül, akkor hiába sérül a normalitás feltétele, az nem növeli meg sem az első-, sem a másodfajú hiba valószínűségét, azaz, a próba robusztussá válik a normalitás feltételére.
 - A probléma csak az, hogy a Pearson korrelációnál igen ellentmondásos a szakirodalom, így **ehhez a próbához nem tanulunk használható robusztussági körülményt!**

- A Pearson korreláció robusztusságával kapcsolatos szakirodalom ellentmondásos, így nem tanulunk olyan körülményt, ahol a korreláció robusztus lenne a normalitás sérülésére.

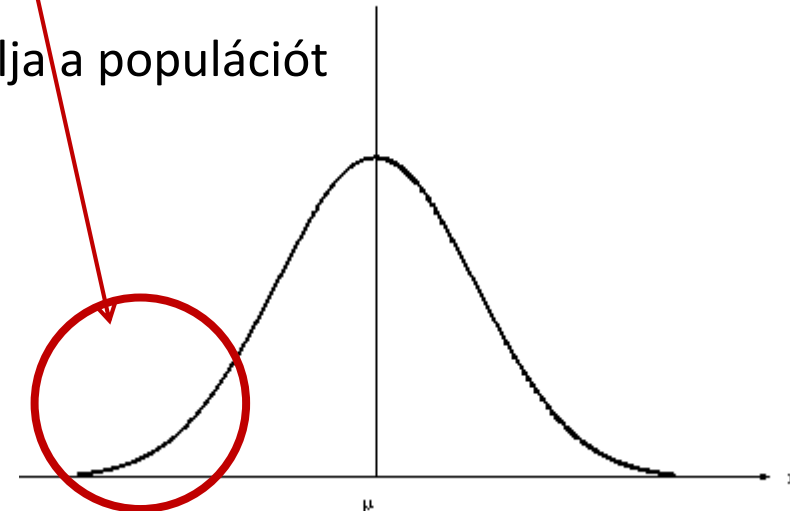
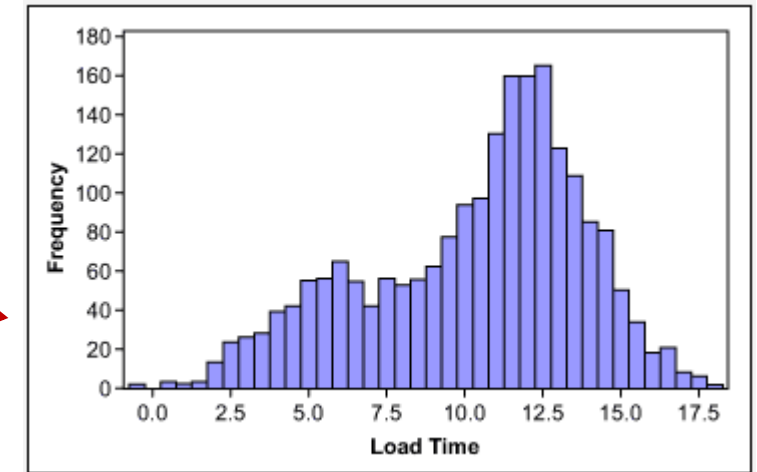
		Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége		✓	✓
Skála típusú változók		✓	✓
Normalitás	S-W	(✓)	(✗)
	Z	(✓)	(✓)
	Robusztus	(-)	(-)
Szóráshomogenitás			
Linearitás			

- A három módszert összegezve teljesül-e a normalitás feltétele a két vizsgált változónál?
 - A három módszer közül ELÉG, ha az egyik alapján feltételezhető a normalitás.

		Pszichológiai jól-lét		Szűk kapcsolati kör mérete	
Egyedek függetlensége			✓		✓
Skála típusú változók			✓		✓
Normalitás	S-W	(✓)		(✗)	
	Z	(✓)	✓	(✓)	✓
	Robusztus	(-)		(-)	
Szóráshomogenitás					
Linearitás					

Ha nincs normalitás?

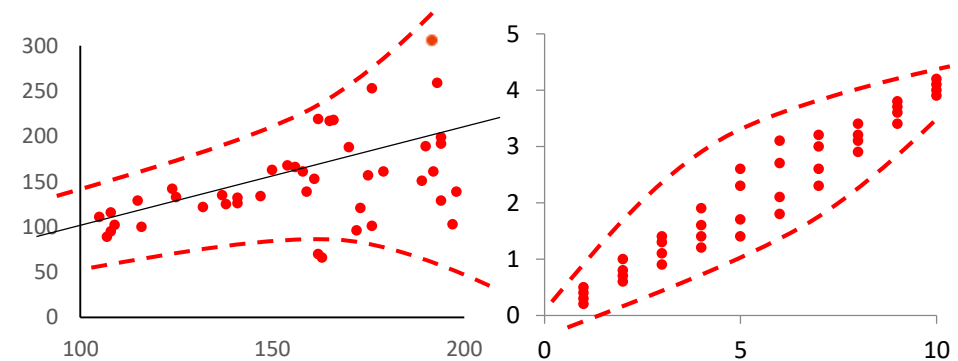
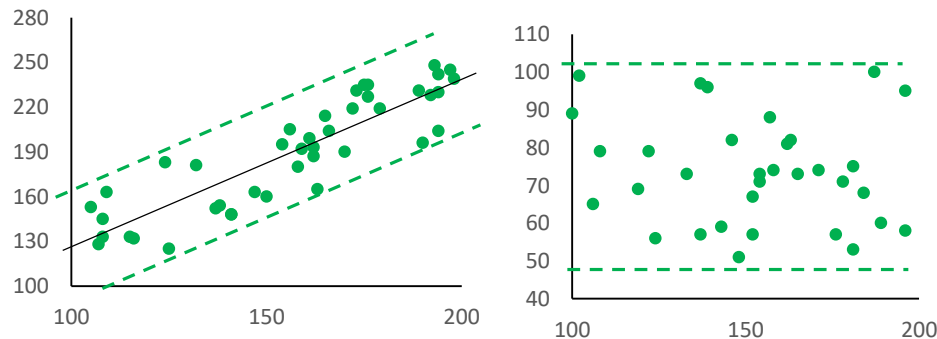
- Mit csináljak, ha nem-normális?
 - **Kutatói mérlegelés kérdése, melyik mellett döntesz**
 - **Találd meg a választ, miért nem normális!**
 - Outlierek
 - Valamiért több dolgot sikerült egyszerre mérnünk
 - Nem elég érzékeny skála
 - Kiválogatott adat (az adatoknak csak egy részét látom)
 - Természetes határ (neuron-tüzelés)
 - Az adat valamilyen más eloszlást követ
 - **Növeld az elemszámot!**
 - Általában a nagyobb elemszám jobban reprezentálja a populációt
 - **Traszformáld az adatokat!**
 - Outlierek és ferde eloszlás esetén például jól működhet az adatokból való gyökvonás vagy a logaritmizálás
 - **Használj non-parametrikus próbákat!**



Szóráshomogenitás

- **Varianciák homogenitása / Szóráshomogenitás**

- A két fogalom ugyanazt jelenti (hiszen a variancia „csak” a szórás négyzete), angolban a *homogeneity of variances*, magyarul a *szóráshomogenitás* kifejezés terjedt el
- Azt jelenti, hogy a varianciáknak egyformának kell lenniük az egész mintában
- Ha korrelációs próba feltételeként vizsgáljuk,
 - akkor az egyik változónk varianciájának stabilnak kell lennie a másik változó minden szintjén
 - Konyhanyelven a pontfelhőnek egyforma „vastagnak” kell mindenhol lenni.
 - Miért baj, ha sérül a feltétel? A modell nem fog mindenhol egyforma pontos becslést adni.

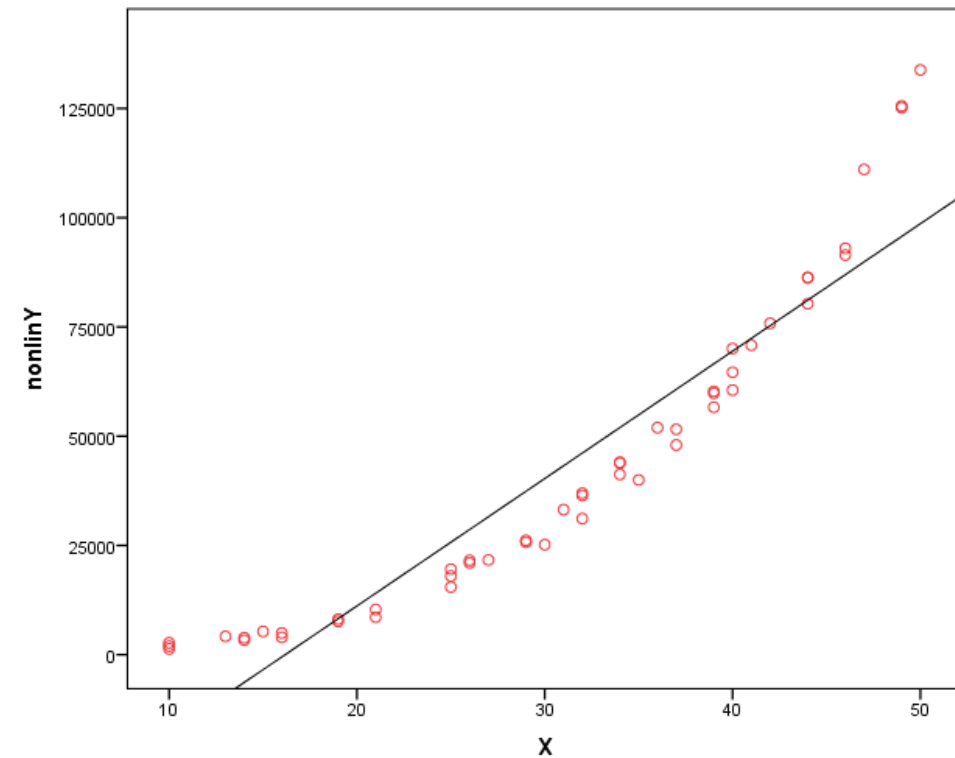
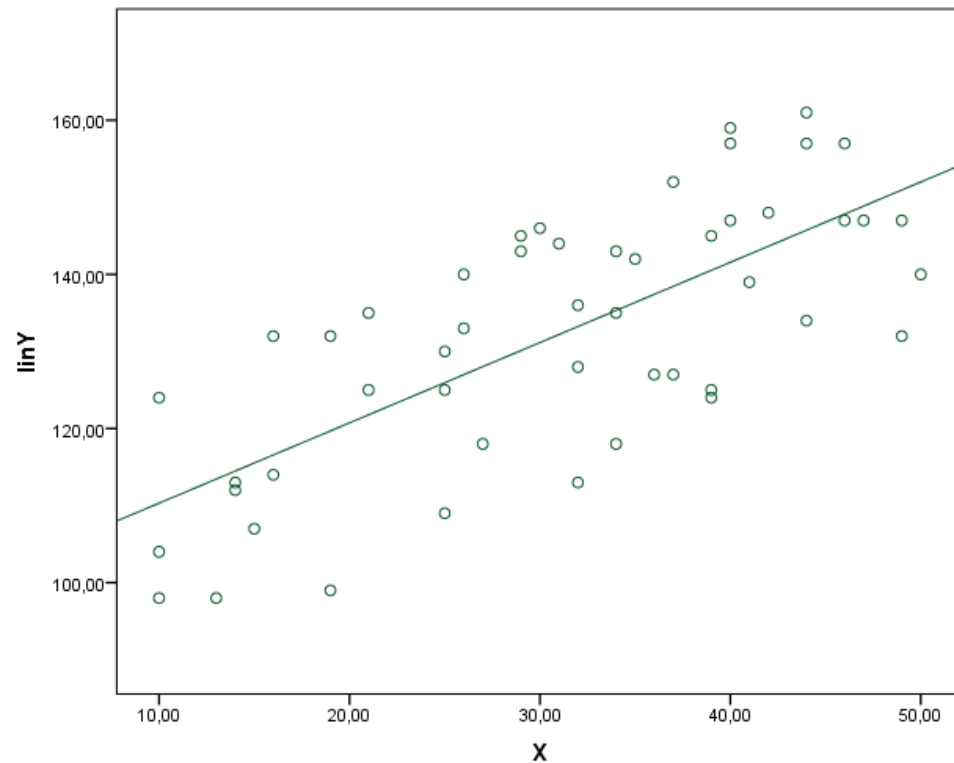


- Teljesül a szóráshomogenitás feltétele a két vizsgált változó összefüggésében?
 - A pontfelhő egyforma vastag mindenhol, így igen. Vedd észre, hogy szóráshomogenitás csak két változó összefüggésében létezik, egyetlen változóra nem értelmezhető.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók	✓	✓
Normalitás	✓	✓
Szóráshomogenitás		✓
Linearitás		

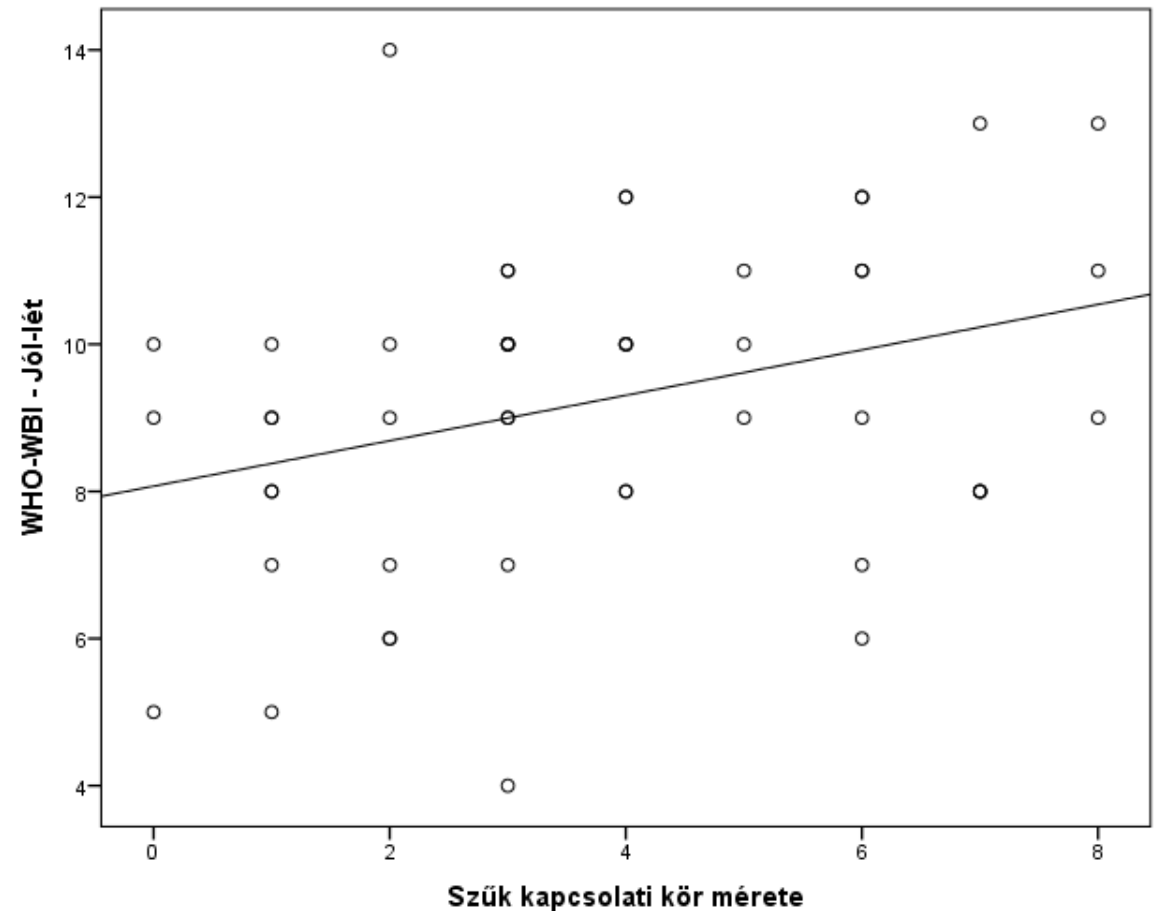
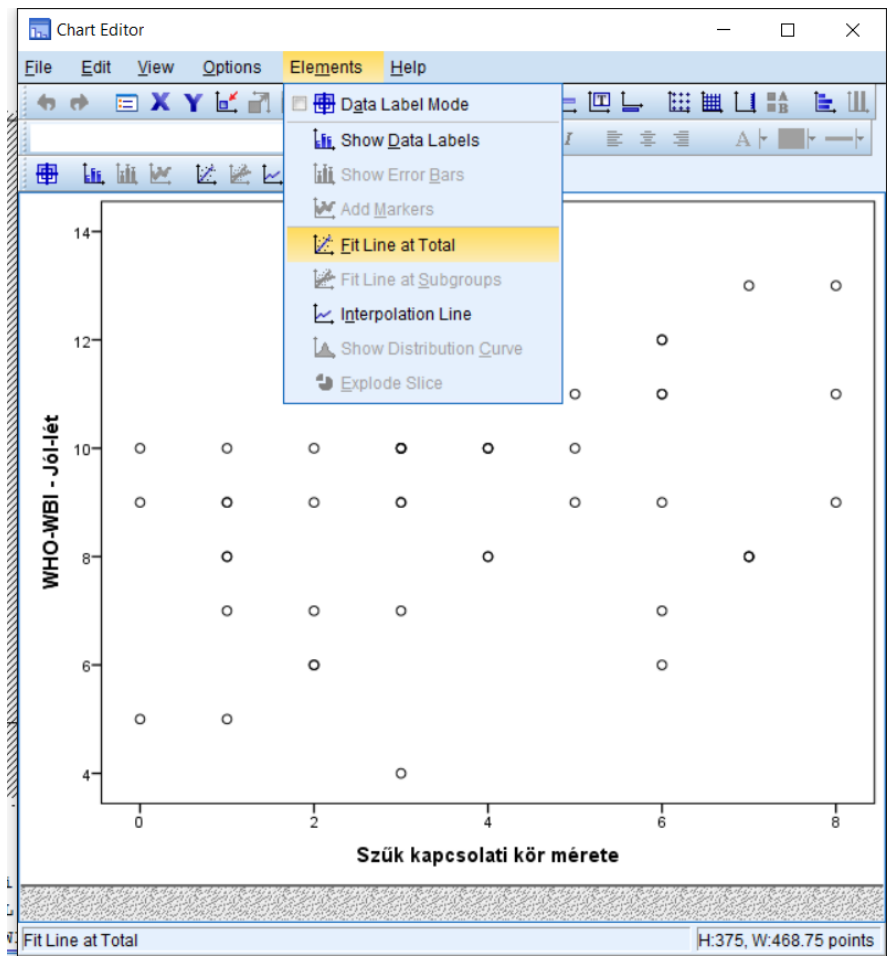
- **Linearitás**

- Bár klasszikus értelemben nem tartozik a parametrikusság feltételei közé, a legtöbb statisztika, amit használni fogunk, lineáris modellt használ.
- Ha nem teljesül, pontatlanok lesznek a felállított modell általi becslések – ez kiemelten igaz extrapoláció esetén, plusz alul fogod becsülni a magyarázóerőket.



Linearitás vizsgálata pontdiagrammon

- Ugyanazt a pontfelhőt használjuk, mint a szóráshomogenitásnál.
- A grafikonra kétszer rákattintva megnyílik egy szerkesztő felület, ahol az Elements / Fit Line at Total menüpontot választva feltehető a lineáris modell a pontfelhőre.





További beállítási lehetőségek a pontdiagrammon

- Amikor feltesszük az egyenest, vagy ha kétszer rákattintunk az egyenesre, megnyílik egy Properties ablak is, ahol további beállításokat tehetünk:
 - Ha segít elképzelni, kipróbálhatjuk a lineáris helyett az egy illetve két görbületet (kvadratikuss és kubikus) használó nem lineáris modelleket is.
 - Konfidencia intervallummal ábrázolhatjuk a modell bizonytalanságát (ennek a linearitáshoz nincs köze, majd a korreláció szemléltetésénél használjuk)
 - Eltűntethetjük középről azt az idegesítő címkét.
- Minden beállítás után rá kell kattintani az Apply-ra ahhoz, hogy életbe lépjen.

Properties

Chart Size Lines **Fit Line** Variables

☐ Display Spikes ☐ Suppress intercept

Fit Method

☐ Mean of Y ☐ Quadratic

☒ Linear ☐ Cubic

☐ Loess

% of points to fit: 50

Kernel: Epanechnikov

Confidence Intervals

☒ None ☐ Mean ☐ Individual

%. 95

☐ Attach label to line

Apply Close Help

- Teljesül a linearitás feltétele a két vizsgált változó összefüggésében?
 - A pontfelhő jól leírható egy egyenessel. Legalább is, nem látható olyan másik modell (görbe), mely az egyenesnél jobb leírást adna.

	Pszichológiai jól-lét	Szűk kapcsolati kör mérete
Egyedek függetlensége	✓	✓
Skála típusú változók	✓	✓
Normalitás	✓	✓
Szóráshomogenitás		✓
Linearitás		✓

Hipotézis: Különbség van férfiak és nők pszichológiai jól-léte között.

Feltételek ellenőrzése független mintás t-próba vizsgálatnál:

- egyedek függetlenség
- minták függetlensége
- skála típusú függő változó
- normalitás
- szóráshomogenitás

Második hipotézis

- *Hipotézis: Különbség van férfiak és nők pszichológiai jól-léte között.*
 - A hipotézist független mintás t-próbával szeretnénk ellenőrizni.
 - A független mintás t-próbánál öt feltétele van (hogy melyik próbának mi a feltétele, azt mindig az adott próba megismerése során fogjuk megtanulni).
- Itt is két változó szerepel, a *nem* és a *pszichológiai jól-lét*, de a két változó nem egyenrangú
 - A *pszichológia jól-lét* ún. függő változó, ezzel kapcsolatban kell a feltételeket ellenőrizni
 - A *nem* csoportosító változó, annak nem kell normál eloszlást követni vagy skála típusúnak lenni

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	
Minták függetlensége	
Skála típusú függőváltozó	
Normalitás	
Szóráshomogenitás	

Kétféle függetlenség-feltétel? Hogy van ez?

- Az **egyedek függetlensége**
 - **Válaszadók (mérések, azaz sorok) függetlenségét feltételezzük.**
 - Ez az a függetlenség-feltétel, mely a parametrikusság feltételei közé tartozik
- A **minták függetlensége**
 - Csoportokat összehasonlító próbáknál jelenik meg
 - Azt jelenti, hogy egy személy csak egy mintába tartozik
 - Például ha összehasonlítunk angolokat és németeket, akkor egy angol-német kétnemzetiségű személyt nem vehető fel a vizsgálatba, és főleg nem tehető meg, hogy egyszer az angol, egyszer a német mintába is bekerül

- Teljesül a két függetlenség-feltétel?
 - A kitöltők nem ismerik egymást, nem befolyásolják egymás pszichológiai jól-létét, így ebből a szempontból függetlenek.
 - A mintában nincs olyan, aki egyszerre férfi és nő is, így a csoportok függetlenek egymástól.

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	
Normalitás	
Szóráshomogenitás	

Skála típusú függő változó

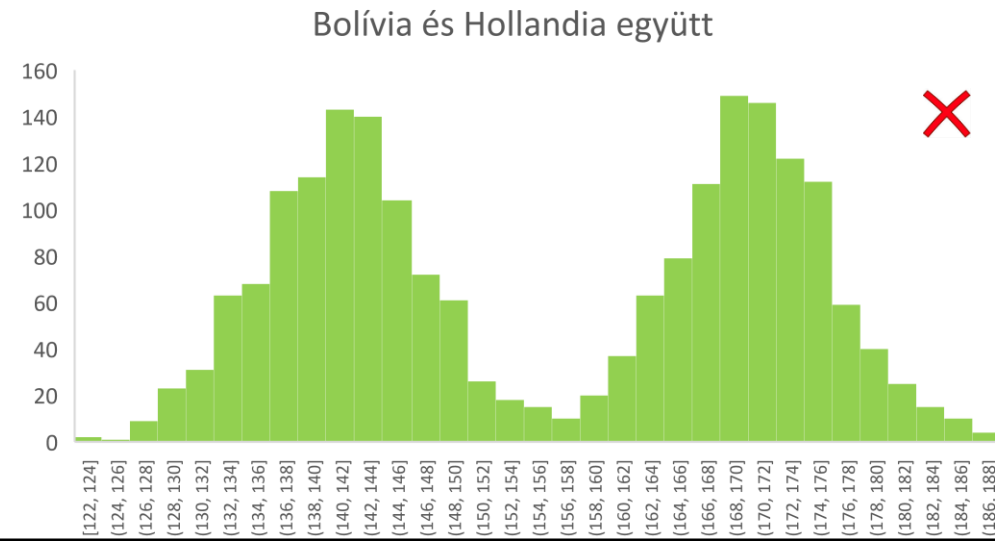
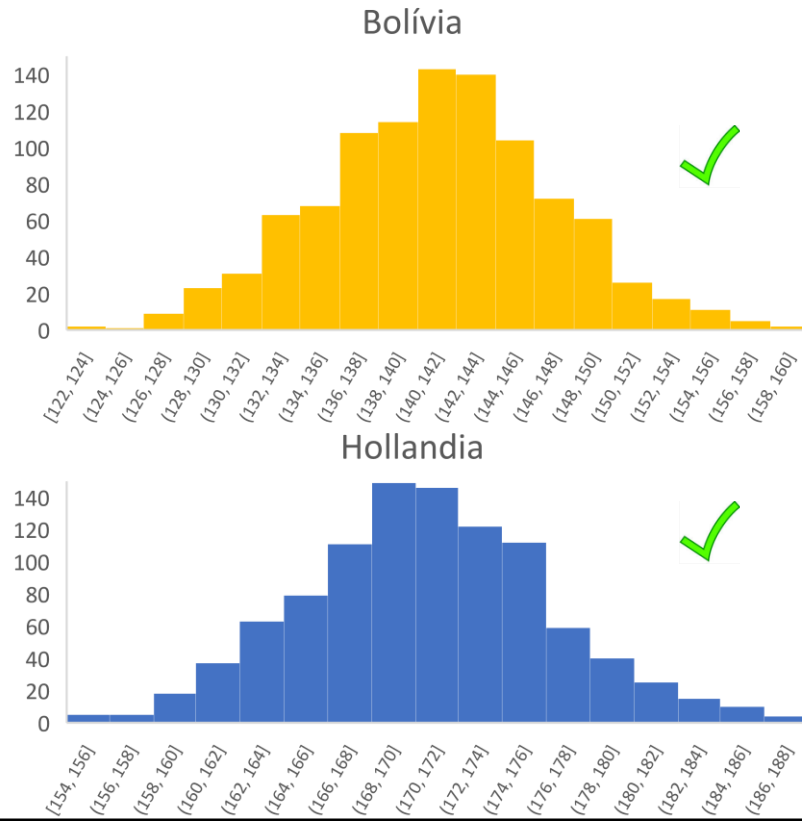
- Teljesül a skála-típus feltétele?
 - Skála típusúnak csak a függő változónak kell lenni, mely teljesül. A nem csak a csoportosító változó, annak nem kell skála típusúnak lenni (és természetesen nem is az, hiszen nominális változó)

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	✓
Normalitás	
Szóráshomogenitás	

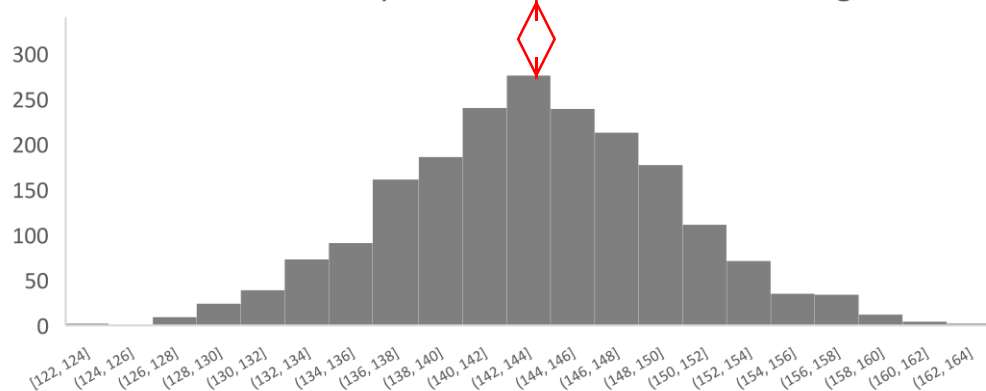
Normalitás feltétele csoportonként

- A normalitás feltételét mintánként külön kell ellenőrizni
 - Azt várjuk, hogy a minták különböznek egymástól, azaz eltér az átlaguk. Viszont ha különböznek az átlagok, akkor máshol lesz a két görbe csúcsa, és ha közösen nézzük őket, nem lesz a közös eloszlásuk egycsúcsú, azaz unimodális.
- Példaként nézzük meg a női magasságot Bolíviában és Hollandiában!

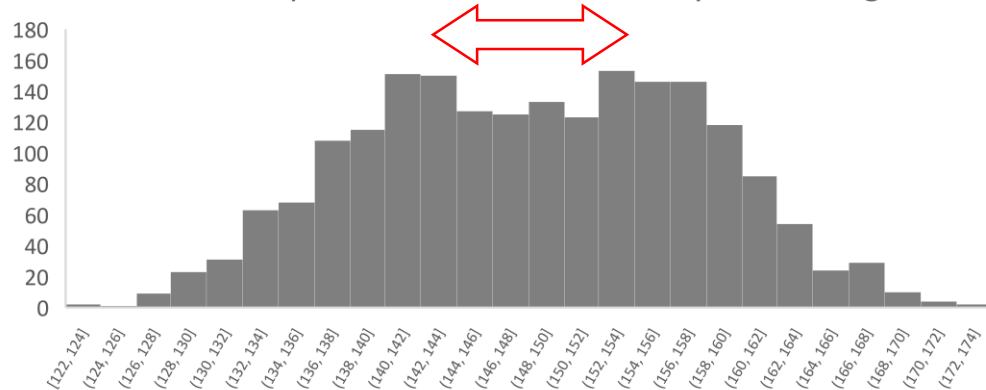
Bolíviában az átlagos női magasság 142,2cm, és szép normál eloszlást látunk. Hollandiában is normál eloszlás látható, ott az átlagos női magasság 170,7cm. Amikor egyben nézzük a két csoportot, akkor a közös átlag 156,5cm, de az eloszlásnak jól láthatóan két csúcsa van



Két minta középértéke között nincs különbség

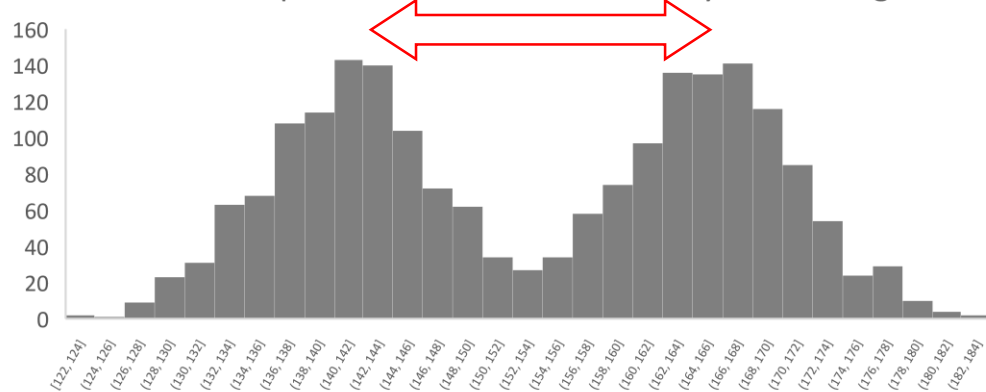


Két minta középértéke között két szórásnyi különbség van

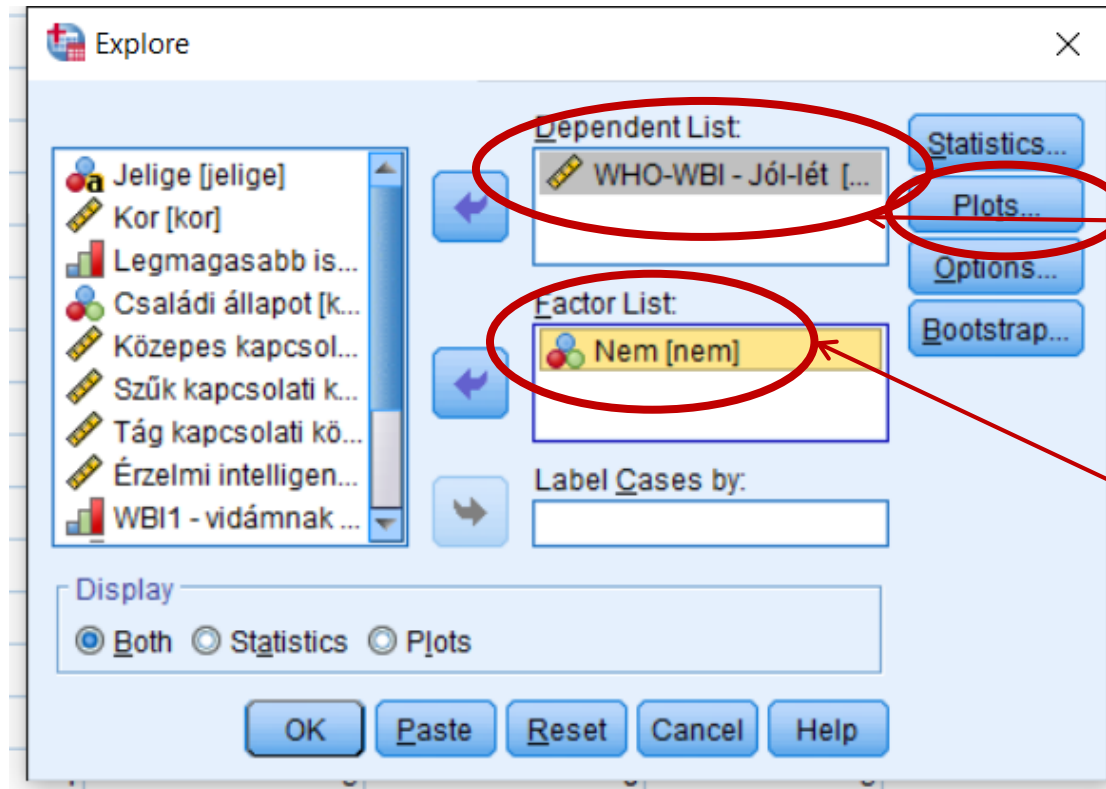


- Minél inkább eltér két – egyébként normál eloszlást követő – populáció középértéke, annál kevésbé lesz normál eloszlású a kettőből közösen vett minta eloszlása.

Két minta középértéke közt három szórásnyi különbség van



- Normalitás feltételének ellenőrzésénél ez a következőt jelenti:
 - S-W vagy K-S teszt: a tesztelést mintánként kell végezni
 - Z-tesztek: a feltételeknek mintánként kell teljesülniük
 - **Robusztussági körülmények:** ha **mintánként** megvan a 40 fő, a két minta megközelítőleg azonos méretű (az arány kisebb, mint 1,5, azaz a nagyobb nem éri el a kisebb méretének másfélszeresét), és a szóráshomogenitás teljesül, akkor a normalitás feltételét nem kell ellenőrizni, mivel a t-próba robusztus a normalitás sérülésére.
- Az S-W teszt a következőképp kérhető ki: Analyze / Descriptive Statistics/ Explore



ugyanazzal a beállítással,
mint az előbb

csoportosító változó

- Ugyanazokat a táblázatokat és grafikonokat kapjuk meg, mint az előbb, de most a férfi és női mintára külön.
- Teljesül a normalitás feltétele férfiak és nők mintáján?
 - S-W teszt férfiak esetében nem szignifikáns, $W(24)=.977$ $p = .831$, tehát itt teljesül a normalitás feltétele. Nők esetében sem szignifikáns $W(26)=.970$ $p=.614$, tehát itt is teljesül a feltétel.
 - Mivel a S-W teszt nem szignifikáns egyik csoportban sem, a Z-teszteket már nem is kell elvégezni. De a hozzá szükséges mutatókat (ferdeségi, csúcsossági értékek, hisztogram, box-plot), most ugyanúgy férfiakra és nőkre külön kapjuk meg.
 - Robusztusságra nem hivatkozhatnánk, mert csak 24 férfi és 26 nő van, szerencsére nincs is szükség rá.

Case Processing Summary

	Nem	Valid		Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
WHO-WBI - Jól-lét	férfi	24	100,0%	0	0,0%	24	100,0%
	nő	26	100,0%	0	0,0%	26	100,0%

Tests of Normality

	Nem	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
WHO-WBI - Jól-lét	férfi	,142	24	,200*	,977	24	,831
	nő	,153	26	,118	,970	26	,614

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

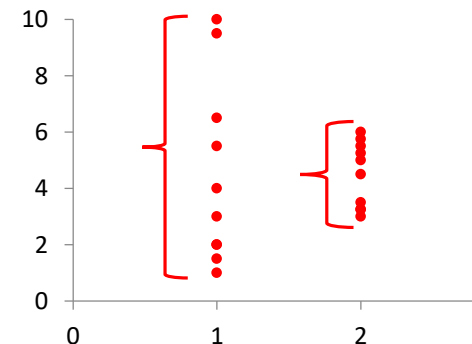
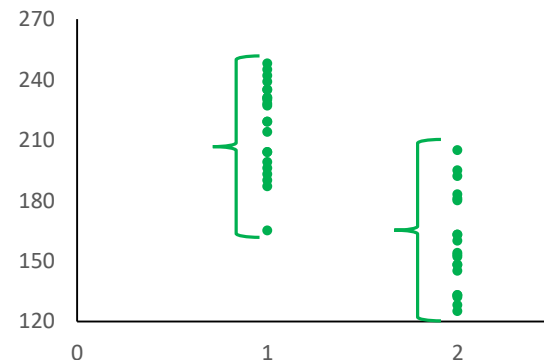
Skála típusú függő változó

- Teljesül a normalitás feltétele férfi és női mintán?
 - Igen, a S-W teszt egyik csoportban sem szignifikáns (férfiak: $W(24)=.977$ $p = .831$ nők: $W(26)=.970$ $p=.614$), tehát a normalitás feltétele teljesül mindkét mintában.

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	✓
Normalitás	✓
Szóráshomogenitás	

Szóráshomogenitás

- **Varianciák homogenitása / Szóráshomogenitás**
- Ha mintákat hasonlítunk össze, akkor azt jelenti, hogy a két minta szórása legyen hasonló mértékű
- Miért baj, ha sérül a feltétel?
 - A mintákat a középpértékükkel (legtöbb esetben átlaggal) reprezentáljuk). Ha az egyik mintában nagyobb a szórás, akkor ott kevésbé lesz reprezentatív a középpérték, azaz kevésbé lesz pontos a modell.
 - Nem tanuljuk miért, de a súlyosabb probléma, hogy eltérő elemszámok esetén a statisztikai érték számítását is torzítja, így a számolt szignifikancia érték lesz torz. A probléma az, hogy előfordulhat, hogy a próba szigorúbb lesz így a kelleténél (azaz meglévő hatást sem mutat majd ki), és az is, hogy megengedőbb lesz, mint szabadna lennie (azaz nem létező különbséget is szignifikánsan jelez)



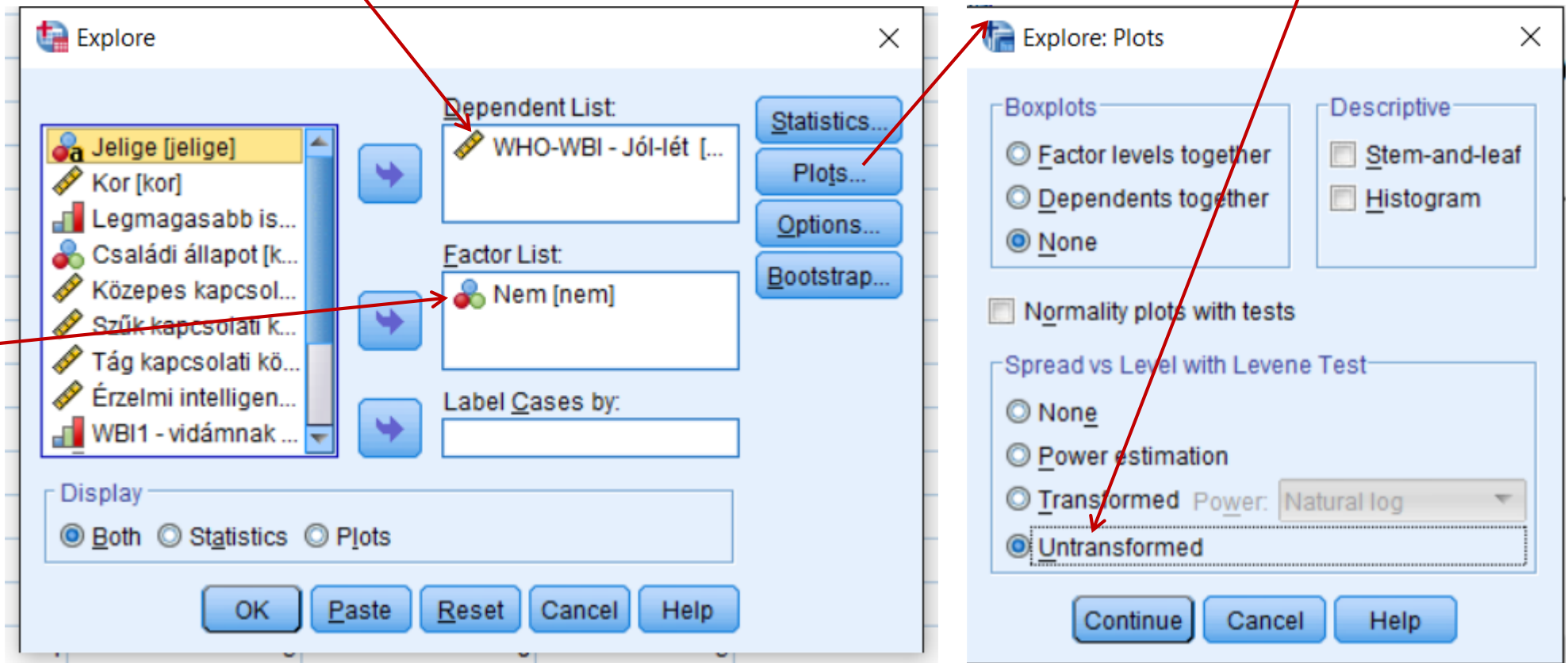
Parametrikus adatok / Szóráshomogenitás

- Csoportok összehasonlításánál **Levene teszt**tel
 - Analyze / Descriptive Statistics / Explore

A változó(k), amely(ek) variáciájának homogenitását vizsgálom

Az adatok nem transzformáltak
(de megnézheted, milyen lenne a
szóráshomogenitás, ha transzformálnád őket)

Csoportosító
változó



Parametrikus adatok / Szóráshomogenitás

Test of Homogeneity of Variance

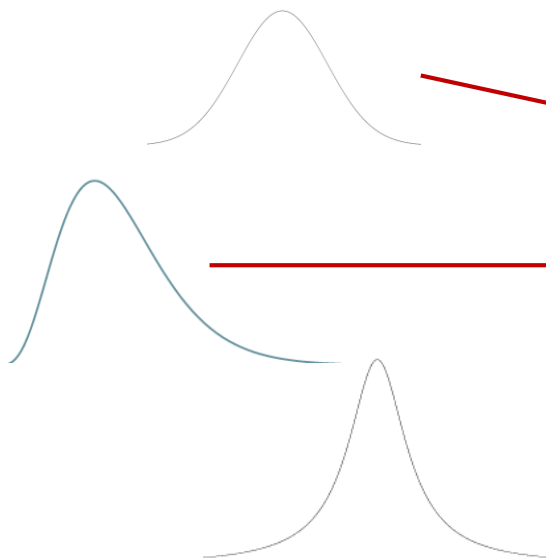
		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
WHO-WBI - Jól-lét	Based on Mean	,302	1	48	,585
	Based on Median	,158	1	48	,693
	Based on Median and with adjusted df	,158	1	46,839	,693
	Based on trimmed mean	,291	1	48	,592

← Nem szignifikáns

- A Levene-teszt azt nézi meg, hogy van-e szignifikáns különbség a szórások között.
- Most nem tudtunk kimutatni szignifikáns különbséget a varianciában, tehát teljesül a szóráshomogenitás feltétele teljesül.
- Publikálása: $F([df1], [df2]) = [\text{Levene teszt értéke}] p = [\text{szignifikancia}]$. Itt: $F(1, 48) = .302 p = .585$

Szóráshomogenitás tesztelése normál eloszlás hiányában

- Mikor használható az átlagon alapuló Levene-teszt (Based on Mean)?
 - A Levene-teszt is érzékeny a normál eloszlás meglétére/hiányára.
 - Ha nem teljesül a normál eloszlás a Levene-teszt helyett nemparametrikus szóráshomogenitás vizsgálatot kell végezni
- Az átlag helyett használhatjuk
 - a mediánt, ha a ferdeséggel van probléma
 - A trimmelt átlagot, ha a csúcsossággal van probléma / outlierok vannak a mintában



Test of Homogeneity of Variance

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Hygiene (Day 1 of Glastonbury Festival) Based on Mean	,234	1	808	,629
Based on Median	,222	1	808	,638
Based on Median and with adjusted df	,222	1	804,111	,638
Based on trimmed mean	,233	1	808	,629

Skála típusú függő változó

- Teljesül a szóráshomogenitás feltétele?
 - Igen, a két minta szórása között nem mutatható ki szignifikáns különbség $F(1, 48) = .302$ $p = .585$

	Pszichológiai jól-lét (függő változó)
Egyedek függetlensége	✓
Minták függetlensége	✓
Skála típusú függőváltozó	✓
Normalitás	✓
Szóráshomogenitás	✓

A feltételteszteléséről ezt írjuk az Eredmények részbe

- Az Eredmények rész legelejére röviden összefoglaljuk az adattisztítást és az előzetes feldolgozás fontosabb lépéseit.
- Ezt követően az Eredmények rész hipotézisenként halad, és minden rész elején írunk röviden a használt próba feltételeinek ellenőrzéséről.
- Például a második hipotézisnél így lehet:

H2: Különbség van férfiak és nők pszichológiai jól-léte között.

A hipotézist független mintás t-próbával ellenőriztük. A próba feltételei teljesülnek.

A normalitás feltétele a Shapiro-Wilk teszt alapján teljesül mind a férfiak $W(24)=.977$

$p = .831$, mind a nők $W(26)=.970$ $p=.614$ esetében. A szórások a Levene-teszt eredményei alapján homogénnek tekinthetők, $F(1, 48) = .302$ $p = .585$.

A t-próba eredményei alapján a két csoport.... stb.

- A műhelymunkában az olyan feltételeket, melyek teljesülését nem ellenőrizni kell, hanem a kutatás tervezése során biztosítani (pl. személyek függetlensége), nem szükséges megemlíteni.
- Ha a műhelymunkán húzni kell, a feltételekről szóló rész átkerülhet a függelékbe, és a szövegtörzsben elegendő megemlíteni, hogy ellenőrizve voltak, és a függelékben megtalálhatók.