1. PROBLEMA DIRECTO (Obtención coordenadas UTM)

a) Obtención de la longitud de arco de meridiano.

$$l.a.m. = s_m = m \cdot \varphi - n \cdot sen2\varphi + p \cdot sen4\varphi - q \cdot sen6\varphi$$

$$A = 1 + \frac{3}{4} \cdot e^2 + \frac{45}{64} \cdot e^4 + \frac{175}{256} \cdot e^6$$

$$B = \frac{3}{4} \cdot e^2 + \frac{15}{16} \cdot e^4 + \frac{525}{512} \cdot e^6$$

$$C = \frac{15}{64} \cdot e^4 + \frac{105}{256} \cdot e^6$$

$$D = \frac{35}{512} \cdot e^6$$

$$m = A \cdot a \cdot (1 - e^2) \qquad n = \frac{B}{2} \cdot a \cdot (1 - e^2)$$

$$p = \frac{C}{4} \cdot a \cdot (1 - e^2) \qquad q = \frac{D}{6} \cdot a \cdot (1 - e^2)$$

b) Determinación de Ko, N y η

$0° < \varphi < 36° \rightarrow K_o = 0{,}999333333$

$\varphi > 40° \rightarrow K_o = 0{,}9996$

$$\eta'^2 = e'^2 \cdot \cos^2 \varphi'$$

c) Obtención de las coordenadas ϕ y λ.

$$x = 500.000 + K_o(\lambda \cdot N \cdot \cos\varphi + \frac{\lambda^3}{6} \cdot N \cdot \cos^3\varphi \cdot (1 - tg^2\varphi + \eta^2) + \frac{\lambda^5}{120} \cdot N \cdot \cos^5\varphi \cdot (5 - 18tg^2\varphi + tg^4\varphi + 14\eta^2 - 58\eta^2 \cdot tg^2\varphi + 13\eta^4 - 64\eta^4 \cdot tg^2\varphi + 4\eta^6 - 24\eta^6 \cdot tg^2\varphi))$$

$$y = K_o(s_m + \frac{\lambda^2}{2} \cdot N \cdot tg\varphi \cdot \cos^2\varphi + \frac{\lambda^4}{24} \cdot N \cdot tg\varphi \cdot \cos^4\varphi \cdot (5 - tg^2\varphi + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \frac{\lambda^6}{720} \cdot N \cdot tg\varphi \cdot \cos^6\varphi \cdot (61 - 58tg^2\varphi + tg^4\varphi + 270\eta^2 - 330\eta^2 \cdot tg^2\varphi + 445\eta^4 - 680\eta^4 \cdot tg^2\varphi + 324\eta^6 - 600\eta^6 \cdot tg^2\varphi + 88\eta^8 - 192\eta^8 \cdot tg^2\varphi))$$

2. PROBLEMA INVERSO (Obtención coordenadas geodésicas).

a) Obtención de x e y

$$x = \frac{x - 500.000}{K_o} \qquad y = \frac{N}{K_o}$$

b) Obtención de ϕ en función de la Sm' = y.

$$l.a.m.(\varphi') = s'_m = a \cdot (1 - e^2) \cdot (g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6)$$

$$\varphi'_1 = \frac{s'_m}{a \cdot (1 - e^2)}$$

$$g_1 = \varphi$$

$$g_2 = \frac{3}{2} \cdot e^2 \cdot (-\frac{1}{2} \cdot sen\varphi \cdot \cos\varphi + \frac{1}{2}\varphi)$$

$$g_3 = \frac{15}{8} \cdot e^4 \cdot (-\frac{1}{4} \cdot sen^3\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{3}{8} \cdot sen\varphi \cdot \cos\varphi + \frac{3}{8}\varphi)$$

$$g_4 = \frac{35}{16} \cdot e^6 \cdot (-\frac{1}{6} \cdot sen^5\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{5}{24} \cdot sen^3\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{5}{16} \cdot sen\varphi \cdot \cos\varphi + \frac{5}{16}\varphi)$$

$$g_5 = \frac{315}{128} \cdot e^8 \cdot (-\frac{1}{8} \cdot sen^7\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{7}{48} \cdot sen^5\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{35}{192} \cdot sen^3\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{35}{128} \cdot sen\varphi \cdot \cos\varphi + \frac{35}{128}\varphi)$$

$$g_6 = \frac{693}{256} \cdot e^{10} \cdot (-\frac{1}{10} \cdot sen^9\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{9}{80} \cdot sen^7\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{21}{160} \cdot sen^5\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{21}{128} \cdot sen^3\varphi \cdot \cos\varphi - \frac{63}{256} \cdot sen\varphi \cdot \cos\varphi + \frac{63}{256}\varphi)$$

c) Cálculo de la longitud y la latitud.

$$\lambda = \frac{x}{N' \cdot \cos\varphi'} - \frac{x^3}{6 \cdot N'^3 \cdot \cos\varphi'} \cdot (1 + 2tg^2\varphi' + \eta'^2) + \frac{x^5}{120 \cdot N'^5 \cdot \cos\varphi'} \cdot (5 + 28tg^2\varphi' + 24tg^4\varphi' + 6\eta'^2 + 8\eta'^2 \cdot tg^2\varphi' - 3\eta'^4 \cdot tg^2\varphi' - 4\eta'^6 + 24\eta'^6 \cdot tg^2\varphi')$$

$$\varphi = \varphi' - \frac{x^2}{2 \cdot N'^2} \cdot tg\varphi' \cdot (1 + \eta'^2) + \frac{x^4}{24 \cdot N'^4} \cdot tg\varphi' \cdot (5 + 3tg^2\varphi' + 6\eta'^2 - 6\eta'^2 \cdot tg^2\varphi' - 3\eta'^4 - 9\eta'^4 \cdot tg^2\varphi') - \frac{x^6}{720 \cdot N'^6} \cdot tg\varphi' \cdot (61 + 90tg^2\varphi' + 45tg^4\varphi' + 107\eta'^2 - 162\eta'^2 \cdot tg^2\varphi' - 45\eta'^2 \cdot tg^4\varphi' + 43\eta'^4 - 318\eta'^4 \cdot tg^2\varphi' + 135\eta'^4 \cdot tg^4\varphi' + 97\eta'^6 + 18\eta'^6 \cdot tg^2\varphi' + 225\eta'^6 \cdot tg^4\varphi' + 188\eta'^8 - 108\eta'^8 \cdot tg^2\varphi' + 88\eta'^{10} - 192\eta'^{10} \cdot tg^2\varphi')$$

CONVERGENCIA DE MERIDIANOS.

a) A partir de coordenadas UTM.

$$\gamma = \frac{x}{N'} \cdot tg\varphi' - \frac{x^3}{3 \cdot N'^3} \cdot tg\varphi' \cdot (1 + tg^2\varphi' - \eta'^2 - 2\eta'^4) + \frac{x^5}{15 \cdot N'^5} \cdot tg\varphi' \cdot (2 + 5tg^2\varphi' + 3tg^4\varphi')$$

b) A partir de las coordenadas geodésicas.

$$\gamma = \lambda \cdot sen\varphi + \frac{\lambda^3}{3} \cdot sen\varphi \cdot \cos^2\varphi \cdot (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) + \frac{\lambda^5}{15} \cdot sen\varphi \cdot \cos^4\varphi \cdot (2 - tg^2\varphi)$$

3. CÁLCULO DEL MÓDULO DE DEFORMACIÓN LINEAL PUNTUAL.

a) En coordenadas geodésicas.

$$K_1 = K_o \cdot (1 + \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \cdot \cos^2\varphi \cdot (1 + \eta^2) + \frac{1}{24} \cdot \lambda^4 \cdot \cos^4\varphi \cdot (5 - 4tg^2\varphi + 14\eta^2 - 28\eta^2 \cdot tg^2\varphi + 13\eta^4 - 48\eta^4 \cdot tg^2\varphi + 4\eta^6 - 24\eta^6 \cdot tg^2\varphi))$$

b) En coordenadas UTM.

$$K_1 = K_o \cdot (1 + \frac{x^2}{2 \cdot \rho' \cdot N'} + \frac{x^4}{24 \cdot N'^4} \cdot (1 + 6\eta'^2 + 9\eta'^4 - 24 \cdot tg^2\varphi' \cdot \eta'^4 + 4\eta'^6 - 24tg^2\varphi' \cdot \eta'^6))$$

c) Expresión simplificada.

Coord. Geodésicas

$$K_1 = K_o \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \cdot \cos^2\varphi \cdot (1 + \eta^2)\right)$$

Coord. UTM

$$K_1 = K_o \cdot \left(1 + \frac{x^2}{2 \cdot N'^2} \cdot (1 + \eta'^2)\right)$$

4. DISTINTOS PARÁMETROS A OBTENER.

- Distancia UTM.

$$D_{UTM} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

- Distancia sobre el elipsoide (Arco).

$$D_2 = \frac{D_{UTM}}{K_1}$$

- Distancia sobre el elipsoide (Cuerda).

$$D_2 = D_1 + \frac{D_1^3}{24 \cdot R^2}$$

- Distancia reducida a un horizonte medio

$$K_h = R = 1 - \frac{H_m}{R_T} + \frac{H_m^2}{R_T^2} = \frac{D_1}{D_R}$$

- Distancia sobre la cuerda a partir de Dg

$$D_1 = \left(\frac{D_g^2 - \Delta H^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right) \cdot \left(1 + \frac{H_B}{R}\right)} \right)^{1/2}$$

- Acimut cartográfico.

$$(\theta)_{c.c.} = arctg\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)$$

- Reducción angular de la cuerda.

$$dT_{B1}^{P} = \frac{(y_P - y_{B1}) \cdot (2x_{B1} + x_P)}{6 \cdot N_m \cdot \rho_m} \cdot (1 + \eta_m^2)$$

- Acimut geodésico de la geodesia.

$$(\theta_{B1}^{P})_g = ((\theta_{B1}^{P})_{c.c.} + dT_{B1}^{P}) + \gamma_{B1}^{P}$$

- Coordenadas de B respecto de A.

$$x_B = x_A + (D_A^B)_{UTM} \cdot sen(\theta_A^B)_{cuerda}$$
$$y_B = y_A + (D_A^B)_{UTM} \cdot \cos(\theta_A^B)_{cuerda}$$

- Cálculo de K1 para distancias

$$K_1 = K_o \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot N'^2} \cdot (1 + \eta'^2) \cdot \frac{1}{K_o^2} \cdot 10^{12} \cdot q_m^2\right)$$

$$siendo: \; q_m = \frac{q_A + q_B}{2}$$