حقيبتي في السادس

تابعونا على مواقع التواصل الأجتماعي:

@mybag6th

@mybag6th

@mybag6th

س1/ A (1) اذا كان (3 + i) هو أحد جذري المعادلة $x^2 - ax + (5 + 5i) = 0$

فما قيمة a وما الجذر الاخر ؟

Sol: $M = 3 + i \quad , \quad L = ?$

$a = 1 \quad , b = -a \quad , c = 5 + 5i$

$$M.L = \frac{c}{a}$$

$$(3 + i)L = 5 + 5i$$

$$L = \frac{5 + 5i}{3 + i} \cdot \frac{3 - i}{3 - i}$$

$$L = \frac{5 - 5i + 15i - 15i^2}{9 + 1}$$

$L = \dfrac{20 + 10i}{10} = 2 + i$ الجذر الاخر

$$M + L = -\frac{b}{a}$$

$$(3 + i) + (2 + i) = a$$

$$5 + 2i = a$$

س1/ A (2) كون المعادلة التربيعية التي جذراها $2 + 2i \quad , \quad -2 - 2i$

Sol : $M + L = (2 + 2i) + (-2 - 2i) = 0$

$$M.L = (2 + 2i)(-2 - 2i)$$

$$= -4 - 4i - 4i - 4i^2 = -8i$$

$$X2 - (M + L)X + (M.L) = 0$$

$$x^2 - (0)x + (-8i) = 0$$

$x^2 - 8i = 0$ المعادلة التربيعية

س1/B هل الدالة $[-3,3] \ni x \quad , \quad f(x) = x^3 - 9x$ تحقق مبرهنة رول ؟ وان حققتها جد قيمة c

الحل الدالة مستمرة على الفترة $[-3 \ , \ 3]$ لأنها تقع ضمن مجالها

الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-3 \ ، \ 3)$ لأنها تقع ضمن مجالها

$$f(-3) = (-3)^3 - 9(-3) = -27 + 27 = 0$$
$$f(3) = (3)^3 - 9(3) = 27 - 27 = 0$$

$$f(-3) = f(3)$$

∴ الدالة تحقق مبرهنة رول .

$$f'(x) = 3x^2 - 9$$

$$f'(c) = 3c^2 - 9$$

$$\Rightarrow 3c^2 - 9 = 0 \qquad (\div 3$$

$$\Rightarrow c^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow c^3 = 3$$

$$\Rightarrow c = \mp\sqrt{3} \in (-3, 3)$$

س2/ A جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتان تنتميان الى محور السينات ومركزه نقطة الاصل وطول محورة الكبير ضعف طول محور الصغير ويقطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها السيني (-2).

sol:-

$2a = 2.2b \Rightarrow a = 2b$ الكبير ضعف الصغير

$a^2 = 4b^2$

$y^2 + 8x = 0$

$y^2 + 8(-2) = 0$

$y^2 - 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \mp 4$

نقاط التقاطع القطعين المكافئ والناقص $(-2, 4), (-2, -4)$

∴ البؤرتان على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

النقطة $(-2,4)$ تحقق المعادلة

$$\frac{4}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$ ← $a^2 = 4b^2$ نعوض قيمة

$$\Rightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{17}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 17$$

$$\Rightarrow a = 17(4) = 68$$

$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$ معادلة القطع الناقص

س B/2 جد اثنين من التكاملات الاتية :

1) $\int \frac{\sqrt{\cot x}}{1-\cos^2 x}\, dx$

$= \int \frac{\sqrt{\cot x}}{\sin^2 x}\, dx$

$= \int (\cot x)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sin^2 x}\, dx$

$= (\cot x)^{\frac{1}{2}} \csc^2 x \; dx$

$= \frac{-(\cot x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= \frac{-2}{3} (\cot x)^{\frac{3}{2}} + c$

2) $\int_0^4 \frac{12x}{x^2+9}\, dx = 6 \left[\ln |x^2 + 9| \right]_0^4$

$= 6 [\ln |25| - \ln |9|]$

$= 6 [\ln 25 - \ln 9]$

$= 6 \ln \frac{25}{9}$

3) $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x}\, dx$

$= \int \frac{\cos^2 2x - \sin^2 2x}{\cos 2x - \sin 2x}$

$= \int \frac{\cancel{(\cos 2x - \sin 2x)} (\cos 2x + \sin 2x)}{\cancel{\cos 2x - \sin 2x}}\, dx$

$= \int (\cos 2x + \sin 2x)\, dx$

$= \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + c$

س3/ A: **باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة ، جد بصورة تقريبية** $\sqrt[5]{(0.98)^3}+2$

Sol :

$f(x) = \sqrt[5]{x^3} + 2 = x^{\frac{3}{5}} + 2$

$a = 1 \qquad b = 0.98 \qquad h = b - a = 0.98 - 1 = -0.02$

$f(a) = 1 + 2 = 3$

$f'(x) = \frac{3}{5} x^{-\frac{2}{5}}$

$= \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$

$f'(a) = \frac{3}{5\sqrt[5]{(1)^2}} = \frac{3}{5} = 0.6$

$F(a+h) \cong f(a) + h \cdot f'(a)$

$F(0.98) \cong 3 + (-0.02)(0.6) \cong 3 - 0.012 \cong 2.988$

س3/ B : **اثبت ان الدالة** $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ $F: R \Rightarrow R$ **هي دالة مقابلة للدالة** $f(x) = \cos 2x$ **بحيث** $f: R \Rightarrow R$ **ثم اوجد** $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$ **حسب المبرهنة الأساسية للتكامل**

الحل :

F(x) دالة مستمرة على R و قابلة للاشتقاق على R

$F'(x) = \frac{1}{2}\cos 2x \cdot 2 = \cos 2x = f(x)$

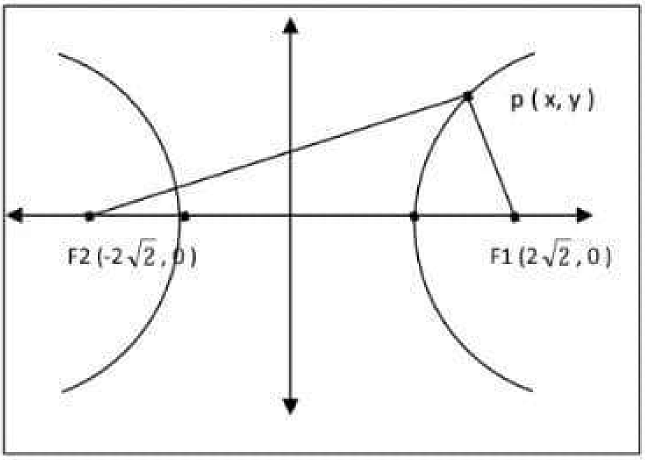
$\therefore$ F (x) هي دالة مقابلة للدالة f(x)

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx = \left[\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$

$= \frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin 0\right)$

$= \frac{1}{2}(1 - 0) = \frac{1}{2}$

س4/A: جد بإستخدام التعريف معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتيه $(2\sqrt{2},0)$، $(-2\sqrt{2},0)$ وينطبق محوراه على المحورين الإحداثيين والقيمة المطلقة للفرق بين بعدي أية نقطة عن بؤرتيه يساوي (4) وحدات.



الحل: $F_1(2\sqrt{2}\ ,0)\quad ,F_2\ (-2\sqrt{2}\ ,2\ )$ ، $2a=4$

$$\left|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}\right| = 2a$$ (تعريف القطع الزائد)

$$\Rightarrow \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = \pm 2a$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-2\sqrt{2})^2+y^2} - \sqrt{(x+2\sqrt{2})^2+y^2} = \pm 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-2\sqrt{2})^2+y^2} = \pm 4 + \sqrt{(x+2\sqrt{2})^2+y^2}$$ بتربيع الطرفين وفتح الأقواس

$$x^2-4\sqrt{2}x+8+y^2 = 16 \pm 8\sqrt{(x+2\sqrt{2})^2+y^2} + x^2+4\sqrt{2}x+8+y^2$$

$$\Rightarrow \left[=8\sqrt{(x+2\sqrt{2})^2+y^2} = 16+8\sqrt{2}\,x\right] \div 8$$

$$=\sqrt{(x+2\sqrt{2})^2+y^2} = 2+\sqrt{2}\,x$$ بتربيع الطرفين وفتح الأقواس

$$\Rightarrow x^2+4\sqrt{2}x+8+y^2 = 4+4\sqrt{2}x+2x^2$$

$$(x^2-y^2=4)\div 4 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$$

س4/ B: اذا كانت $f(x) = a x^3 + b x^2 + c x$ وكانت f مقعرة لكل $x > 1$ ومحدبة $x < 1$ وللدالة f نقطة نهاية عظمى محلية هي (-1 , 5) فجد قيم الثوابت a, b , c

$f''(1) = 0$, $f'(-1) = 0$, $f(-1) = 5$

$F(x) = a x^3 + b x^2 + c x$

$F'(x) = 3a x^2 + 2b x + c$

$F''(x) = 6ax + 2b$

$F(-1) = 5$ ← $(-1, 5)$ تحقق المعادلة

$\Rightarrow a(-1)^3 + b(-1)^2 + c(-1) = 5$

$\Rightarrow -a + b - c = 5$ .... (1

$F'(-1) = 0$ ← نهاية عظمى $(-1, 5)$ تحقق المشتقة الاولى = صفر

$\Rightarrow 3a(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0$

$\Rightarrow 3a - 2b + c = 0$ ...... (2

$-a + b - c = 5$

بالجمع

$2a - b = 5$ .... (3

$F''(1) = 0$

متعرة $x > 1$ و $x < 1$ محدبة ← تحقق المشتقة الثانية = صفر

$\Rightarrow 6a(1) + 2b = 0$

$\Rightarrow 6a + 2b = 0$

$\Rightarrow 3a + b = 0$

$\Rightarrow b = -3a$ نعوض في (3)

$2a + 3a = 5$

$\Rightarrow 5a = 5 \Rightarrow a = 1$, $b = -3$ نعوض في المعادلة رقم (1)

$-1 - 3 - c = 5$

$\Rightarrow c = -4 - 5 \Rightarrow c = -9$

س4/C: احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y^2 = x^3$ المستقيمان $x = 2 \ , \ x = 0$ حول محور السيني

$$v = \pi \int_a^b y^2 \, dx$$

$$v = \pi \int_0^2 x^3 \, dx \Rightarrow v = \pi \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2$$

$$= \pi \left[\frac{16}{4} - 0\right] = 4\pi$$ وحدة مكعبة

س5/A جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $-1+\sqrt{3}i$ باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

Sol:

$z=-1+\sqrt{3}i$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{4}=2$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}$

$\arg(z)=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi-\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$ الزاوية تقع في الربع الثاني

$z=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ الصورة القطبية هي

$z^{\frac{1}{2}}=(2)^{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\frac{2\pi}{3}+2K\pi}{2}+i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+2K\pi}{2})$

when $K=0$

$\Rightarrow z^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{6}+i\sin\frac{2\pi}{6}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

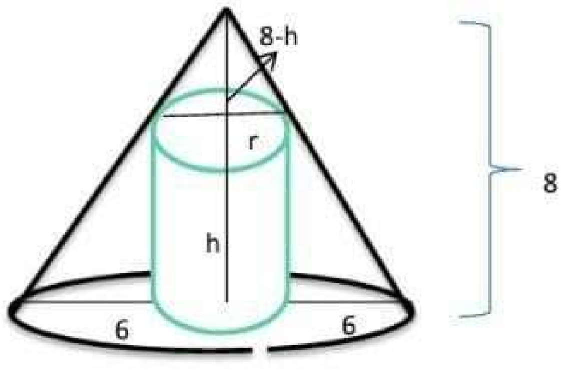
$=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$ الجذر الاول

when $K=1$

$\Rightarrow z^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}\left(\cos\frac{8\pi}{6}+i\sin\frac{8\pi}{6}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$ الجذر الثاني

س5/B : جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه *8cm* وطول قطر قاعدته *12 cm.*



نفرض نصف القطر الاسطوانة = r

نفرض ارتفاع الاسطوانة = h

$V = \pi r^2 h$ ……(1

$\frac{8}{8-h} = \frac{6}{r}$

$\Rightarrow \frac{4}{8-h} = \frac{3}{r}$

$24 - 3h = 4r$

$\Rightarrow 3h = 24 - 4r$

$\Rightarrow h = 8 - \frac{4}{3} r$ …….(2) in(1

$\Rightarrow v = \pi r^2 (8 - \frac{4}{3} r)$

$\Rightarrow v = \pi (8 r^2 - \frac{4}{3} r^3)$

$V' = \pi (16 r - 4 r^2)$

$\Rightarrow 16 r - 4 r^2 = 0 \qquad \div 4$

$4r - r^2 = 0 \Rightarrow r(4 - r) = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

$4 - r = 0 \Rightarrow r = 4\ cm$

$h = 8 - \frac{4}{3}(4) = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}\ cm$

س5/C جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتي القطع الناقص $9y^2 + 5x^2 = 45$ والمسافة بين بؤرتيه تساوي ضعف طول محوره المرافق

$9y^2 + 5x^2 = 45 \quad \div 45$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

$a^2 = 9 \ , \ b^2 = 5$

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 9 - 5 \Rightarrow c^2 = 4$

$a^2 = 4$ للزائد

$2c = 2(2b) \Rightarrow c = 2b \Rightarrow c^2 = 4b^2$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 4b^2 = 4 + b^2 \Rightarrow 3b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = \frac{4}{3}$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

س6/ A: جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة $v(t) = 2t - 4$ جد:

1) المسافة المقطوعة في $[1 \ , \ 3]$

2) بعده بعد مضى (4) ثوان من بدء الحركة

1) $2t - 4 = 0 \Rightarrow t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2 \in [1 \ , \ 3]$

$d = \left|\int_1^2 (2t - 4)dt\right| + \left|\int_2^3 (2t - 4)dt\right|$

$= \left|[t^2 - 4t]_1^2\right| + \left|[t^2 - 4t]_2^3\right|$

$|[(4 - 8) - (1 - 4)]| + |[(9 - 12) - (4 - 8)]|$

$= |-4 + 3| + |-3 + 4| = |-1| + |1| = 2$

2) $s = \int_0^4 (2t - 4)dt = [t^2 - 4t]_0^4 = [(16 - 16) - (0)] = 0$

س6/ B: إذا كانت $y = \cos 2x$ فجد $\frac{d^4y}{dx^4}$

$$sol: \frac{dy}{dx} = -\sin 2x \cdot 2 = -2\sin 2x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2\cos 2x \cdot 2 = -4\cos 2x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -4(-\sin 2x \cdot 2) = 8\sin 2x$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 8\cos 2x \cdot 2 = 16\cos 2x$$

س6/ C: بالاستعانة بمعلوماتك بالتفاضل ، ارسم منحني الدالة $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

1) R اوسع مجال للدالة

2) محاذي افقي y = 1 , لا يوجد محاذي عمودي

3) التقاطع

$X = 0 \Rightarrow y = 0 \;, \Rightarrow (0, 0)$

$Y = 0 \Rightarrow y = \frac{x^2}{x^2+1} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0)$

4) التناظر

$F(-x) = f(x)$ الدالة متناظرة مع محور الصادات

5) النهايات

$$f'(x) = \frac{(x^2+1)(2x) - x^2(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3}{(x+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$\Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow (0, 0)$ نقطة حرجة

- - - - - - - - - - - 0 + + + + + + + +

متناقصة متزايدة

الدالة متزايدة في $\{x : x > 0\}$

الدالة متناقصة في $\{x : x < 0\}$

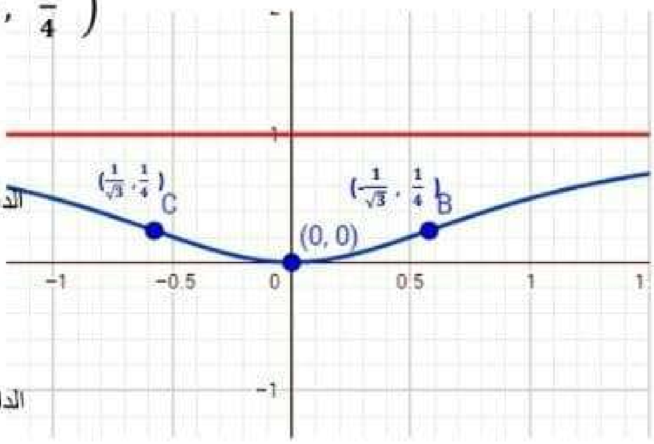
نقطة نهاية صغرى $(0, 0)$

6) نقاط الانقلاب

$$F''(x) = \frac{(x^2+1)^2(2) - 2x(2(x^2+1)(2x))}{(x^2+1)^4} = \frac{(x^2+1)(2x^2+2-8^2)}{(x^2+1)^4}$$

$$\frac{2-6x^2}{(x^2+1)^3} = 0 \Rightarrow 2 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 1 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$F\left(\mp\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{4}\;,\;\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{4}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{4}\right)$$



----------- $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ++++++++++++ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ -------

الدالة محدبة في $\left\{x : x > \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

الدالة مقعرة في $\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

الدالة محدبة في $\left\{x : x < -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

نقاط انقلاب $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{4}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{4}\right)$